

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA**

**ANÁLISIS  
DEL PROCESO DE DISEÑO  
DE  
ESTRUCTURAS PORTICADAS**

**TESIS DOCTORAL**

**Arquitecto: JUAN GONZÁLEZ CÁRCELES**

**1990**

*Nota sobre la edición:*

*Se trata de una reedición de 2009 de la Tesis Doctoral presentada y aprobada en 1990.*

*Para su realización se ha partido del disquete de 3½ pulgadas que acompañaba al texto impreso de 1990. El disquete contiene el texto completo del documento en formato "WordPerfect versión 5.0", incluyendo las notas, tablas, gráficos y ecuaciones incorporadas, así como las imágenes y dibujos; estos últimos fueron preparados con una versión para "Ms-Dos" del programa "Autocad" y exportados en formato "dxf" al procesador de texto.*

*El proceso de recuperación del contenido y su conversión al software de 2009 ha resultado satisfactorio; en el proceso de conversión se ha procurado mantener en todo lo posible los detalles del formato original: fuentes, tipos de letra y tamaños, conservando la paginación y todos los dibujos, tablas y ecuaciones, tal y como se prepararon inicialmente.*

*El autor. Madrid, diciembre de 2009.*

**DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN**  
**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE MADRID**

**TESIS DOCTORAL**

**ANÁLISIS DEL PROCESO DE DISEÑO  
DE  
ESTRUCTURAS PORTICADAS**

**AUTOR: JUAN GONZÁLEZ CÁRCELES. ARQUITECTO**

**DIRECTOR: JOSÉ LUIS DE MIGUEL RODRÍGUEZ. DR. ARQUITECTO**

**TUTOR: IGNACIO JAENICKE CENDOYA. DR. ARQUITECTO**

**- 1990 -**

**TESIS DOCTORAL**

**ANÁLISIS DEL PROCESO DE DISEÑO  
DE  
ESTRUCTURAS PORTICADAS**

**AUTOR: JUAN GONZÁLEZ CÁRCELES**

**DIRECTOR: JOSÉ LUIS DE MIGUEL RODRÍGUEZ**

**TUTOR: IGNACIO JAENICKE CENDOYA**

**TRIBUNAL CALIFICADOR**

**PRESIDENTE:**

**VOCALES:**

**VOCAL SECRETARIO:**

**ACUERDA OTORGAR LA CALIFICACIÓN DE:**

**MADRID,**

**DE**

**DE 1990**

La realización de una tesis doctoral es una ardua tarea en la que ha menudo se conjuntan esfuerzos muy diversos; la búsqueda de criterios razonables de diseño ha sido una constante para el grupo de profesores ligados al Seminario de Diseño de Estructuras de la E.T.S.A.M. y en el que me encuentro desde 1977; este trabajo es una aportación más al esfuerzo de dicho grupo y sólo ha sido posible en su seno. Quiero expresar mi particular agradecimiento al Director de la Tesis José Luis de Miguel Rodríguez, al Tutor Ignacio Jaenicke Cendoya y a los profesores del Departamento de Estructuras de la E.T.S.A.M., sin cuya valiosa ayuda no hubiera sido posible este trabajo, y a Concepción Conquero por su ayuda en la redacción.

## **PLANTEAMIENTO Y RESUMEN DE LA TESIS**

El procedimiento de diseño de estructuras no posee reglas ni criterios comúnmente admitidos, y aunque los especialistas trabajan con sus métodos particulares, no existe una discusión general sobre el tema. Es en este terreno donde se echa en falta un esfuerzo sistemático que ayude a utilizar el importante trabajo de investigación y de análisis estructural desarrollado hasta ahora.

Este trabajo analiza las peculiaridades del diseño, problema que se caracteriza por la existencia de muchas variables y pocas ecuaciones definidas, lo que lleva a la necesidad de decidir algunas arbitrariamente para deducir el resto.

A partir del objetivo buscado, se propone un procedimiento que considere la incidencia de cada una de las variables en las demás y en el resultado, con objeto de jerarquizarlas y ordenar las decisiones.

Se plantean, a título de ejemplo, algunos parámetros generales y sus relaciones de interdependencia, a nivel de la estructura global, junto con algunos de los procesos de determinación de variables correspondientes a las últimas etapas de definición.

## SUMMARY

The structure design procedure does not have widely accepted rules nor criteria, and although specialists work according to their own individual methods, there is not a general discussion on the subject. It is in this field where a systematical study is missing, to help using the important research efforts on structural analysis developed so far.

The present work analyses peculiarities of design, which is characterized by the presence of many variables and few definite equations, which leads to the necessity of arbitrarily deciding some of them to deduce the remainder.

Starting from the wanted objective, a procedure is propounded to consider each variable influence both over the others and on the result, in order to hierarchize them and arrange pertinent decisions.

As an example, some general parameters are laid out, together with their interdependence proportions at a global structure level, as well as some of the procedures to determine variables belonging to the final stages in the definition process.

## ÍNDICE

1. EL PROCEDIMIENTO DE DISEÑO .....	1
1.1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.2. EL DISEÑO, EL CÁLCULO Y EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS .....	4
1.3. FUNCIÓN ESTRUCTURAL .....	8
1.4. TOPOLOGÍA ESTRUCTURAL .....	10
1.5. ESTRUCTURAS PORTICADAS .....	12
1.6. VARIABLES .....	15
1.7. LINEALIZACIÓN DE RELACIONES .....	18
1.8. ESTABILIDAD MATEMÁTICA .....	25
1.9. ESENCIA DEL COMPORTAMIENTO CAÓTICO .....	36
1.10. LA MECANIZACIÓN DEL APRENDIZAJE .....	47
1.11. ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DEL DISEÑO DE ESTRUCTURAS .....	54
1.12. ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN .....	62
1.13. JERARQUIZACIÓN DE LAS VARIABLES .....	67
1.14. POTENCIA DE LA VARIABLE. SENSIBILIDAD .....	70
1.15. ¿CUANTO CUESTA RESISTIR? .....	73
1.16. EL DISEÑO MEDIANTE EL CÁLCULO .....	78
1.17. EL DISEÑO MEDIANTE EL ANÁLISIS .....	82
1.18. EL DISEÑO DE LA ESTRUCTURA .....	89
2. PARÁMETROS GLOBALES .....	94
2.1. INTRODUCCIÓN .....	94
2.2. EL TAMAÑO DEL PROBLEMA ESTRUCTURAL .....	97
2.2.1. Conclusiones .....	106
2.3. LA PROPORCIÓN EN LA SOLUCIÓN ESTRUCTURAL .....	107
2.3.1. Estabilidad .....	109
2.3.2. Resistencia .....	112
2.3.3. Deformación .....	114
2.3.4. Penalización a tracción: Anclajes .....	116



2.3.5. Penalización a compresión: Pandeo.....	118
2.3.6. Conclusiones.....	120
2.4. USO DEL EDIFICIO.....	122
2.4.1. Características generales.....	122
2.4.2. Relación uso a modulación.....	124
2.4.3. Relación uso a acciones. Cálculo de las cargas.....	128
2.4.4. Relación entre uso y criterios formales.....	135
2.4.5. Relación entre uso e instalaciones.....	136
2.4.6. Conclusiones.....	137
2.5. ALTURA TOTAL DEL EDIFICIO.....	138
2.5.1. Relación altura a acción vertical.....	139
2.5.1.1. Relación altura a material de la estruc- tura vertical .....	142
2.5.1.2. Estabilidad a carga vertical .....	148
2.5.2. Relación altura a acción horizontal.....	153
2.5.2.1. Relación acción viento a altura .....	153
2.5.2.2. Estabilidad ante acción horizontal .....	157
2.5.2.3. Resistencia ante acción horizontal .....	161
2.5.2.4. Deformación ante acción horizontal .....	164
2.5.2.5. Efectos de segundo orden .....	172
2.5.2.6. Relación altura a acción sísmica .....	175
2.5.3. CONCLUSIONES.....	186
2.6. RELACIÓN MODULACIÓN A DISEÑO DE LA SECCIÓN.....	189
3. SOLUCIONES AL DISEÑO MEDIANTE CÁLCULO.....	198
3.1. EL CALCULO DE BARRAS DE HORMIGÓN ARMADO EN FLEXIÓN.....	198
3.1.1. Planteamiento y objetivo.....	198
3.1.2. Isostatismo.....	200
3.1.3. Solución hiperestática.....	202
3.1.4. El cálculo.....	205
3.1.5. Rigidez.....	209
3.1.6. Ductilidad.....	212
3.1.7. Barra doblemente empotrada.....	216
3.1.7.1. Armado en proporción 2:1 .....	216

3.1.7.2. Armado en proporción 3:1 .....	220
3.1.7.3. Armado en proporción 1:1 .....	223
3.1.8. Relación de armadura a esbeltez.....	225
3.1.9. Viga continua de dos vanos.....	228
3.1.10. Consideraciones de cálculo de la viga continua.....	232
3.1.11. Viga con nudos rígidos.....	235
3.2. EL CÁLCULO DE LA SECCIÓN DE HORMIGÓN ARMADO EN FLEXIÓN...	237
3.2.1. Materiales y fases.....	237
3.2.2. El cálculo de la armadura.....	240
3.2.3. Linealización de la relación momento a armadura.....	243
3.2.4. Sección con forma en T.....	250
3.2.5. Cálculo de la sección.....	254
3.2.5.1. Ancho óptimo .....	256
3.2.5.2. Canto óptimo .....	260
3.2.5.3. Sección óptima .....	262
3.3. EL CÁLCULO DEL PANDEO EN SOPORTES DE ACERO.....	266
4. ANEXO N°:1 .....	
4.1. Viga continua de dos vanos.....	273
4.1.1. Relación sollicitación a luz.....	273
4.1.2. Análisis no lineal para luces iguales.....	275
4.1.2.1. Armado en proporción 1:1 .....	275
4.1.2.2. Armado en proporción 2:1 .....	277
4.1.2.3. Armado en proporción 1:2 .....	279
4.1.3. Análisis no lineal para viga de dos vanos de luces diferentes .....	281
4.1.3.1. Armado en proporción 1:1 .....	281
4.1.3.2. Armado en proporción 2:1 .....	283
4.2. Viga continua de tres vanos.....	286
4.2.1. Relación sollicitación a luz.....	286
4.2.2. Análisis no lineal para luces iguales.....	288
4.2.2.1. Armado en proporción 1:1 .....	288
4.2.2.2. Armado en proporción 2:1 .....	290
4.2.3. Análisis no lineal para viga de tres vanos de luces diferentes .....	293

4.2.3.1. Armado en proporción 1:1 .....	293
4.2.3.2. Armado en proporción 2:1 .....	295
4.3. Viga continua de varios vanos.....	298
4.3.1. Relación solicitación a luz.....	298
4.3.2. Análisis no lineal para luces iguales.....	301
4.3.2.1. Armado en proporción 1:1 .....	301
4.3.2.2. Armado en proporción 2:1 .....	304
4.3.3. Análisis no lineal para viga de varios vanos de luces diferentes .....	306
4.3.3.1. Armado en proporción 1:1 .....	306
4.3.3.2. Armado en proporción 2:1 .....	307
5. CONCLUSIONES .....	309
6. BIBLIOGRAFÍA .....	318

# 1. EL PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

## 1.1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene por objetivo el análisis del proceso de diseño de estructuras de edificación, desde un punto de vista global y con las implicaciones necesarias correspondientes a su pertenencia a un complejo de mayor entidad, como es la definición completa de una obra arquitectónica.

En el diseño de las estructuras para edificios se utilizan elementos de ayuda muy variados, desde complejas simulaciones de las condiciones reales del entorno, a simplificaciones muy elementales (Normativas y Reglamentos), pasando por un amplio repertorio de métodos: Resoluciones gráficas (Cremona, Williot, Winkler, Mohr, son algunos de los más populares), sistemas tradicionales (Hardy Cross, matricial), o laboriosos análisis con el auxilio de potentes ordenadores (elementos finitos, métodos no lineales).

Los apoyos son cada vez más poderosos debido a la progresiva utilización de las máquinas, que permiten la manipulación de cantidades crecientes de variables de forma simultánea; sin embargo, es fácil observar que, mientras la capacidad de utilizar los distintos sistemas que resuelven el problema concreto crece rápidamente, nuestro conocimiento global sobre el objeto del cálculo, la estructura, no crece de la misma manera<sup>1</sup>.

Da la impresión de que está resuelto el cómo analizar una estructura, se sabe mucho sobre ello, pero menos sobre las propias estructuras.

---

<sup>1</sup>. Fruto de esta situación es la llamada patología por el uso indebido del ordenador, un tema cada vez más preocupante.

La resolución de algoritmos matemáticos ha sido necesaria en muchos de los procesos de diseño estructural; en el pasado, esto ha significado a menudo que la resolución de la formulación fuera un punto crítico.

Basta recordar algunos ejemplos sencillos: la resolución manual de raíces requería un método prolijo que precisaba de cierto esfuerzo, pues los errores se detectaban después de la consecución del resultado; hoy la resolución de integrales y funciones exponenciales es elemental con pequeñas calculadoras. Anteriormente había sucedido algo parecido con el descubrimiento de los logaritmos, el uso de la regla de cálculo hizo más asequible la resolución de engorrosas multiplicaciones.

De los avances en el manejo de los números han resultado mayores posibilidades de investigación; ya que, al estar garantizado un cierto nivel de exactitud en el procedimiento, se podían acometer estudios más amplios. Es posible dedicar más esfuerzo y preocuparse más del concepto de lo que se hace, del objetivo de los cálculos, y despreocuparse de la resolución de las operaciones, puesto que hay garantías de su correcto desarrollo.

Existe cierto empeño, por parte de algunos especialistas, en desarrollar herramientas especialmente destinadas a diseñar las estructuras más que a analizarlas; estas herramientas formarían parte de una disciplina llamada Diseño estructural.

Este estudio se sitúa en este marco de trabajo, pretendiendo ayudar a dar un enfoque global al problema del diseño de una estructura completa y de sus componentes, de los parámetros fijos y de las variables que intervienen, del procedimiento más lógico para su determinación y del rango válido de sus resultados.

Se analizan las posibilidades reales de variación de los elementos estructurales y de sus características y atributos, probando que se sitúan en un marco mucho más estrecho que el esperado; se demuestra la posibilidad de planteamientos que acortan la determinación de los resultados, y se desarrollan

estrategias que permiten el diseño estructural por determinación directa de sus parámetros.

En primer lugar, se definen los conceptos de diseño, cálculo y análisis de las estructuras, tal y como se van a emplear a todo lo largo del trabajo.

## 1.2. EL DISEÑO, EL CÁLCULO Y EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

La realización del proyecto de una estructura para un edificio se lleva a cabo junto con el proyecto de la arquitectura, paralelamente y considerando sus influencias recíprocas.

Las determinaciones van generalmente de lo más general a lo particular: en un edificio de pisos con estructura porticada, primero se adopta el esquema estructural, se decide la disposición de los soportes, las direcciones de las vigas, los arriostramientos; posteriormente se deciden las secciones aproximadas de los elementos o se reserva espacio para ellos: canto de forjado y vigas, secciones de pilares....

Aunque para algunas de estas decisiones se hayan considerado valores previsibles de las acciones, los valores de las cargas que dependen del diseño se evalúan después, y se realiza entonces un dimensionado más ajustado; finalmente, cuando la estructura no va a interferir con la arquitectura del edificio, se resuelve el resto de los elementos: refuerzos, unidades secundarias, armaduras, elementos de enlace, etc. En función del acierto en el ciclo acción—dimensionado—acción, el proceso termina o requiere algún ajuste final.

Los términos diseño, cálculo y análisis son muy controvertidos. Aquí se utilizan estos términos con el significado que se explica a continuación.

Por *diseño de estructuras* se entiende el procedimiento general que lleva a la definición de una estructura.

La estructura es la incógnita y los datos son los requisitos estructurales, el tipo de edificio, las alturas, las restricciones a la ubicación de los elementos y al tamaño de las partes estructurales, el contexto, etc.

El resultado es la determinación de todos los elementos de la estructura: material, disposición, sección, armado, etc.

Para diseñarla es necesario determinar tanto su forma general como sus detalles, lo cual se realiza mediante cálculos de todo tipo.

El *cálculo* es una herramienta local para encontrar el valor de los elementos con problemas de tipo estructural: se calculan las armaduras, los arriostramientos, las secciones de los soportes, etc.; con los cálculos se define la geometría de los elementos de la estructura.

Si se puede establecer la relación existente entre todos los parámetros que intervienen y despejar el valor de la variable que se quiere calcular en función de las otras, se puede decir que esta variable es calculable.

El cálculo en sentido estricto resuelve la función que relaciona los valores de las variables y permite encontrar una solución al valor de una variable del problema presentado, en función del valor de los otros parámetros.

En otros casos el cálculo sólo sirve para ayudar en una decisión mediante precálculos que aproximan el resultado; esto sucede cuando, en lugar de despejar los valores de las variables, sólo se pueden obtener algunas relaciones aproximadas entre los parámetros que intervienen; lo que se hace para resolverlo es probar una y analizar la estructura para ver si satisface; este procedimiento no es cálculo en sentido estricto, pero utiliza herramientas de cálculo.

En casos estructurales muy simples, de pocas variables, se puede establecer una función que defina la relación existente entre todas ellas. Esto no es posible más que en situaciones singulares, debido a que las relaciones son demasiado variadas y las ramificaciones del problema son a menudo poco precisas. Sin embargo, se pueden calcular partes de la estructura total, una vez delimitadas las variables que intervienen.

Para diseñar una estructura es necesario definir todos sus elementos, lo que conlleva necesariamente cálculos de to-



dos ellos. El diseño ordena el proceso de determinación utilizando las herramientas disponibles en cada nivel.

Por *análisis* se entiende el estudio del comportamiento de una estructura; aquí la estructura es dato, y mediante su análisis se obtiene el cómo funciona en determinadas condiciones.

Así, por ejemplo, se necesita analizar una estructura si se quiere conocer cómo se deforma ante una hipótesis de carga, pero para ello hay que tener tal estructura diseñada previamente.

El análisis valida o inválida las decisiones de diseño, cuando no se cuenta con procedimientos de cálculo capaces de definir la estructura.

Para resolver el problema de diseño siempre se pueden utilizar herramientas de análisis, pero esto será una estrategia muy burda de diseño, consistente en definir de forma arbitraria todos los parámetros de la estructura, analizarla y, según los resultados, ir modificando los valores reiteradamente hasta satisfacer todas las condiciones impuestas. Esto es posible hacerlo en algunos casos utilizando los potentes ordenadores hoy disponibles. Sin embargo, sólo con el uso del análisis no se dispone de reglas para decidir los parámetros de la estructura ni tampoco cómo modificarlos; incluso si se llega a un resultado satisfactorio, se puede saber que es seguro, pero no se sabe si existe otro mejor, más estricto, que resuelva el mismo problema con menos material estructural o de forma más adecuada.

Si el análisis exige tener la estructura decidida, el procedimiento para determinar todos sus parámetros, —el diseño—, no podrá salir del propio análisis y, dado que el objetivo del diseño es obtener valores mínimos, necesitará un proceso de cálculo, diferente en general del de análisis, aunque utilice las consecuencias de éste.

Un diseño inteligente precisa analizar el propio procedimiento, averiguar la jerarquía de los parámetros y, por tanto,

el orden en que se pueden tomar las decisiones, en función de la incidencia posterior de éstas y rentabilizar su uso; utilizando precálculos con precisión moderada como ayuda en la decisión de otros parámetros, minimizando el riesgo de los cambios a que obliga el análisis sobre valores ya decididos.

En primer lugar se plantean los objetivos generales del diseño estructural.

### 1.3. FUNCIÓN ESTRUCTURAL

Los requisitos específicos que se exigen a una estructura son los de poder resistir las acciones para las que fue prevista, acciones de tipo físico, de masa, fuerzas de inercia y cambios dimensionales.

En primer lugar, debe ser estable tanto en conjunto como en sus partes. En segundo lugar, tiene que resistir las cargas básicas y las cargas variables o sobrecargas previsibles, que se estiman usualmente con una probabilidad del 95%. Incluso determinadas acciones de carácter inusual, como las provenientes de movimientos sísmicos —acciones accidentales— con un grado de seguridad a la rotura adecuado a las exigencias establecidas por la sociedad a través de la Normativa. Como no es razonable proyectar estructuras para resistir absolutamente todas las posibilidades excepcionales a las que se pueda ver sometida, los códigos establecen un valor de riesgo, por ejemplo, a partir de datos estadísticos de probabilidad de retorno en un período estimado de vida útil del edificio, y se considera la posibilidad de que ocurran daños en el edificio hasta ciertos niveles; finalmente, en la situación previa a la rotura hay que considerar la forma de agotamiento y colapso estructural para permitir en lo posible la evacuación, lo que en parte se puede conseguir diseñando la estructura para que no tenga roturas bruscas o frágiles, por ejemplo con un margen de fluencia que avise de la situación por la aparición de deformaciones excepcionales.

El siguiente objetivo estructural es el limitar deformaciones e impedir vibraciones que superen el umbral admisible por el uso proyectado, necesidad que, lógicamente, no necesita el mismo grado de seguridad que el requerimiento de resistencia.

Además tiene que resistir el transcurso del tiempo de forma aceptable, sin alteraciones locales que varíen las condiciones de seguridad.

Por último, debe ser factible, lo que significa que debe tener un coste razonablemente bajo.

A continuación se definen las diferentes tipologías de estructuras, para concretar el marco que se va a analizar.

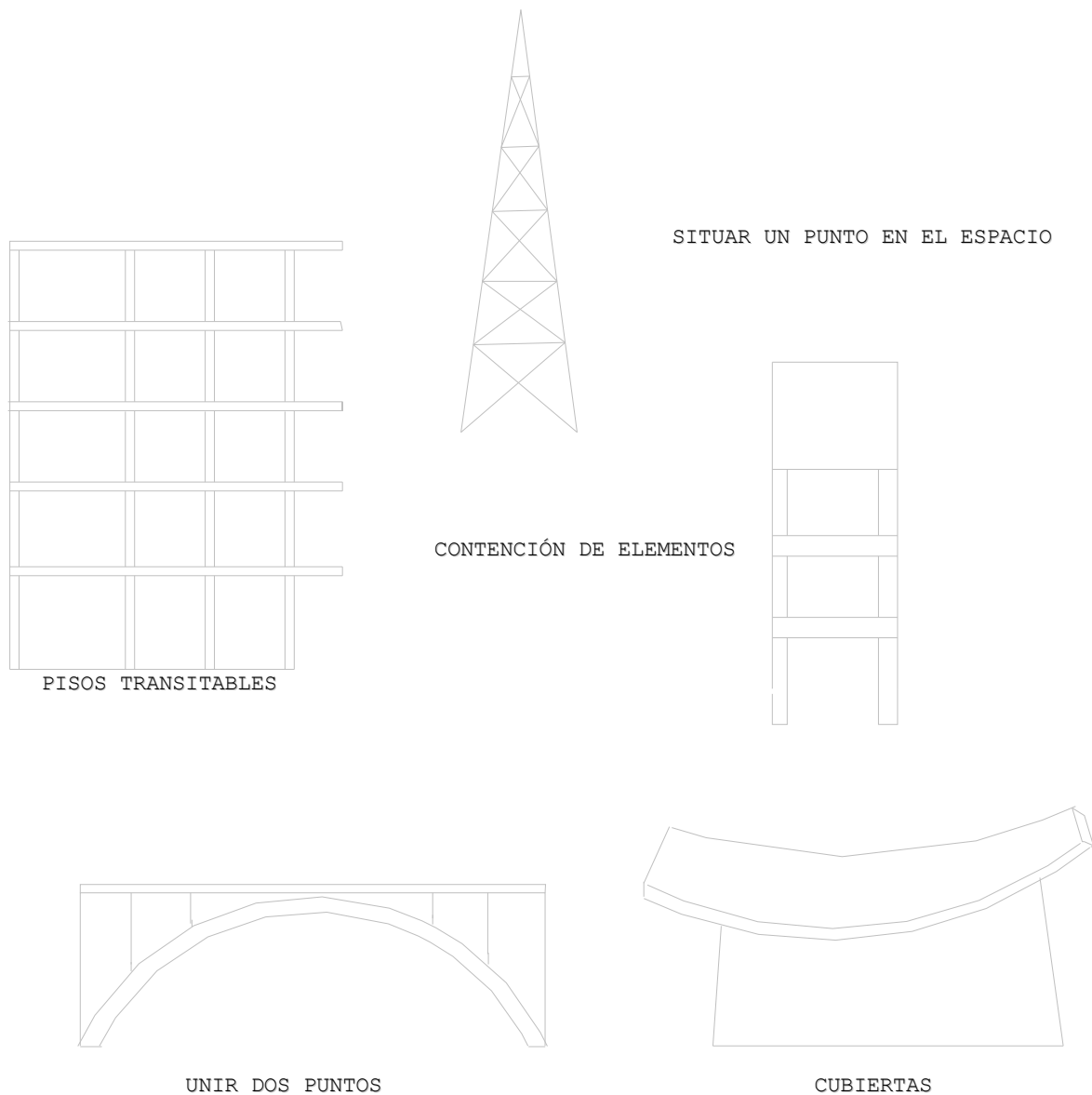
#### 1.4. TOPOLOGÍA ESTRUCTURAL

El campo a estudiar se limitará a las estructuras que sirven para resolver elementos superficiales pisables o estructuras de pisos, excluyendo el resto de los demás grupos estructurales: estructuras de cubrición de espacios —naves, estadios... —, estructuras para la unión o comunicación entre puntos distantes —puentes, carreteras, vehículos, conducciones, puertos... —, estructuras que sitúan un punto en el espacio —antenas, torres... —, y estructuras de contención o almacenaje de elementos —depósitos, muros de contención, presas...—.

Esta tipología tiene como característica básica el que su geometría depende principalmente de su uso más que de condicionantes estructurales. Desde el punto de vista del arquitecto es esencial en los edificios que la estructura tenga un máximo de eficiencia material y un mínimo de obstrucción espacial; al depender de su uso, la estructura tiene un marco muy rígido al que ajustarse y resulta relativamente fácil parameetrizarla o caracterizarla por variables métricas: número de alturas, altura entre plantas, intervalo entre soportes, etc.

Por estar muy limitada en cuanto al diseño, disminuye el número de variables que le afectan. Por ejemplo, en algunas tipologías la influencia de la propia forma estructural en los valores de las acciones, puede llegar a ser importante; en las estructuras que resuelven la colocación de un punto en el espacio es un aspecto principal, en las estructuras de pisos esta influencia es menor que en los otros tipos, por lo que las distintas soluciones posibles están más próximas entre sí. El uso ligado a esta tipología impone las condiciones formales generales, limitando el número de posibilidades.

Pertenece a este grupo la mayor parte de las estructuras de edificación, caracterizadas por incluir superficies pisables, generalmente planas y horizontales.



**Figura 1**

## **1. TIPOLOGÍAS ESTRUCTURALES**

El grupo más importante de las estructuras de pisos lo constituyen las estructuras porticadas, que se ven a continuación.

### 1.5. ESTRUCTURAS PORTICADAS

En la tipología de estructuras de pisos o de edificación el problema a resolver, fundamentalmente, es soportar una serie de planos horizontales en puntos o líneas —pilares o muros—.

Los elementos esenciales son la estructura vertical, la estructura horizontal o superficial, y la cimentación.

A menudo la estructura horizontal se jerarquiza u organiza en diferentes niveles de flexión: elementos principales o primarios, secundarios, etc., hasta cubrir totalmente la superficie. Para ciertos aspectos del análisis, la idealización de la estructura distingue, de entre los elementos superficiales horizontales, los elementos constitutivos de la familia principal —vigas— de los elementos resistidos por ésta —forjados o losas— y los analiza por separado. Las vigas se analizan junto con los pilares constituyendo los pórticos o estructura vertical; y por otro lado, las vigas con el resto del forjado o elementos de piso constituyen la estructura horizontal<sup>2</sup>.

Este estudio se limita a las estructuras que admiten modelos porticados, para la estructura vertical, realizados en hormigón armado o en acero.

Los pórticos son entramados verticales resistentes constituidos por barras; éstas pueden tener cualquier disposición dentro de ellos: vertical, horizontal o inclinada; tanto las barras como las cargas se consideran en un plano único que, además, es el plano de simetría con respecto a las secciones de las piezas; las uniones con otras barras forman los nudos. La colaboración de los elementos correspondientes a la estructura horizontal permite este modelo aproximado al real.

---

<sup>2</sup>. Existe una simplificación para la resolución de losas bidireccionales, en la Instrucción del Hormigón española, que recibe el nombre de método de cálculo de pórticos virtuales.

El modelo de barras permite simplificar notablemente las ecuaciones que intervienen. La barra es internamente isostática, por lo que se pueden obtener por equilibrio las solicitaciones de una sección en función de las de otra; para estructuras contenidas en un plano bastan tres solicitaciones; y se puede reducir el planteamiento al conocimiento de los nudos en que acometen tres o más barras.

Una característica interesante es que en los edificios resueltos con base en modelos porticados se necesitan definir pocas variables geométricas; en un esquema simplificado, se pueden entender como yuxtaposición de poliedros en las tres dimensiones del espacio, que generalmente tienen al menos dos caras paralelas y muy frecuentemente son paralelepípedos.

El esquema general geométrico queda definido por las tres dimensiones de esos elementos  $l$ ,  $s$  y  $h$  —longitud, separación y altura—; dimensiones que no precisan ser constantes dentro de un mismo elemento.

En estructuras de edificios lo más significativo de cara a las decisiones de diseño es el tamaño o dimensión de cada elemento, y el número total de ellos<sup>3</sup>.

Los elementos constitutivos de la estructura se pueden incluir de forma simplificada en los siguientes grupos:

—Elementos superficiales, que se definen geométricamente por un solo parámetro, su espesor, pues su función principal es cubrir superficie, condicionante más importante que el estructural.

—Elementos lineales horizontales vigas; no son obligados pero, si existen, se definen por su sección, dos parámetros en la mayoría de los casos, tanto para hormigón armado ancho y canto como para acero —serie y canto<sup>4</sup>—.

---

<sup>3</sup>. Tema que se analiza en el Capítulo 2.

<sup>4</sup>. El análisis independiente de vigas y forjados comete errores de cierta magnitud en algunos casos, especialmente en vigas de sección transversal importante -vigas planas-.



—Elementos verticales o soportes, que se definen también por dos parámetros: área y forma.

—Material estructural, que se define en estructuras de acero por la tensión y el módulo de elasticidad y en las de hormigón armado por los correspondientes valores de ambos materiales más la cuantía o proporción acero/hormigón.

El número de parámetros geométricos no es excesivamente grande<sup>I</sup>; existen, además de los valores geométricos, otras variables de características muy diferentes, que se analizan a continuación.

## 1.6. VARIABLES

En una estructura porticada interviene un elevado número de variables con relaciones muy diferentes entre sí; decisiones como la del tipo de entramado, geometría de los elementos o material a utilizar, dependen de consideraciones tales como la utilización presente y futura del edificio, grado de control en la construcción, disponibilidad de los materiales, la simplicidad constructiva, coherencia global, etc.

En el enunciado propio del problema pueden existir valores prefijados que condicionan la solución, en tal caso se consideran datos del problema; así ocurre con determinadas imposiciones como con las limitaciones de canto, el uso del edificio, consideraciones estéticas de la estructura<sup>5</sup>, etc.; esos parámetros no están siempre prefijados, por lo que interesa su análisis y relación con el resto, y se mantienen como variables en las formulaciones generales.

En los problemas de diseño, el número de parámetros a determinar es mucho mayor que el número de posibles relaciones o ecuaciones que se pueden establecer entre ellos; existen varias soluciones posibles para cada dato de entrada. No son calculables en un sentido exacto del término.

Al no tener suficientes ecuaciones para resolver de forma analítica el problema planteado, hay que convertir en datos algunas de las incógnitas.

Los órdenes jerárquicos de las variables que intervienen las hacen poco comparables; incluso muchas de ellas, como la distribución en planta de los soportes del edificio, son de muy difícil traducción, no ya a términos matemáticos, sino incluso a términos verbales.

A pesar de este alto número de variables y posibilidades, los resultados, en contra de lo que pueda parecer, están mucho

---

<sup>5</sup>. Dentro de las consideraciones estéticas se incluyen todas las consideraciones de tipo formal que no son resultado de consideraciones estructurales estrictas.

más limitados; las salidas son más restringidas, o tienen un orden dimensional inferior. Los valores finales de los parámetros se sitúan en un marco mucho más estrecho a medida que se determinan otros valores, y se mueven en una banda más acotada de posibilidades; los valores posibles tienen un rango mucho menor que los teóricos.

Esto significa que de algunos parámetros hay más de una combinación de valores que proporciona el mismo resultado: existe, dicho de otra forma, redundancia de esos parámetros.

Usualmente, el diseño se realiza codificando el proceso para la determinación de las últimas variables, que son las únicas que realmente se calculan, decidiendo todas las previas de forma intuitiva.

En el diseño de una estructura se deciden, de forma poco expresa, las variables más importantes: materiales, situación de soportes, secciones de los elementos, y finalmente se calculan las armaduras en el hormigón armado, o se determinan los perfiles en estructuras de acero laminado. Existe un procedimiento determinante en la fase final, pero no parece haberlo en las etapas previas que, sin embargo, tienen un carácter decisivo más importante.

El criterio debe ser siempre el de mínimo material, el más estricto, el óptimo<sup>6</sup>; y esto se aplica en la determinación de los elementos finales; sin embargo, una decisión previa poco eficaz puede tener una repercusión mucho mayor, en orden a la optimización del total de la estructura, que el margen que resta por decidir en las últimas determinaciones.

Es preciso considerar la naturaleza de las variables que hay que resolver y el entorno en que se encuentran dentro del proceso general, pues, a menudo, la adopción de resultados aproximados en una primera fase de planteamiento de un problema puede posibilitar una mayor visión de éste, ya que el acotar en un límite de valores el rango de las soluciones posibles, permite decidir mejor sobre qué valor asignar a los pa-

---

<sup>6</sup>. Estos conceptos se analizarán con mayor precisión más adelante.

rámetros que es preciso introducir, y posibilita obtener aproximaciones a sus resultados mediante ecuaciones simplificadas.

El análisis racional del procedimiento de diseño permite considerar la localización de resultados en una banda acotada, desechando posibilidades que no se utilizan, permite además establecer relaciones sencillas entre variables, o eliminar algunas cuando no resulten significativas; esta simplificación aumenta notablemente la posibilidad de resolver el diseño por procedimientos de cálculo directo.

En el apartado siguiente se verá cómo se pueden eliminar o simplificar algunas de las variables en el proceso de diseño.

### 1.7. LINEALIZACIÓN DE RELACIONES

Una de las formas de reducir el número de parámetros del cálculo es representar por medio de reglas

□ simples la relación o función de dos variables.

Por ejemplo, la capacidad resistente  $N_u$  a tracción de una barra en función del valor del área  $S$  de su sección no sigue una ley lineal del tipo  $N_u = f S$  con el valor de  $f$  constante, ya que tiene mayor valor para piezas de sección pequeña que para piezas de sección grande<sup>7</sup>. Ver Figura 2.

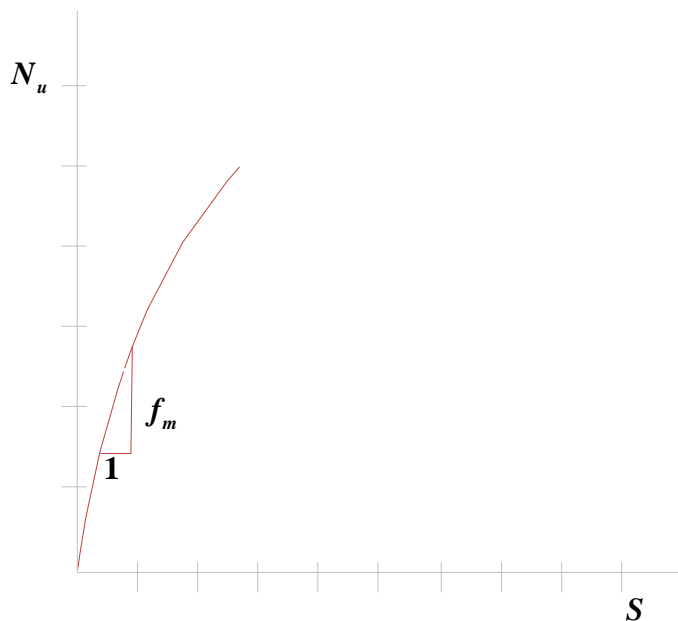


Figura 2. FUNCIÓN CAPACIDAD RESISTENTE a SECCIÓN

<sup>7</sup>. En la Norma MV-102/75, "Acero laminado para estructuras de edificación", se contemplan unos valores, a garantizar por los fabricantes, de la resistencia a tracción para las distintas calidades de los aceros laminados, asignándose una tabla de valores en función de una nomenclatura de calidades del acero. Estos valores dependen también del espesor del elemento, y en la Norma se reconocen mayores capacidades resistentes a las piezas de menor espesor; asimismo aparecen valores del límite de fluencia y alargamiento en rotura que varían con el espesor y en el mismo sentido, ver Tabla I.

Tabla I. Características mecánicas de los aceros

TABLA 2.2

## Características mecánicas de los aceros

Clase de acero	Limite elástico			Resistencia a tracción  (2)  mín.-máx. kp/mm <sup>2</sup>	Alargamiento de rotura				Doblado satisfactorio en espesor , sobre mandril de diámetro		Resiliencia	
	Espesor 16 mm.  mín. kp/mm <sup>2</sup>	Espesor 16 mm. 40 mm.  mín. kp/mm <sup>2</sup>	Espesor 40 mm. 63 mm.  mín. kp/mm <sup>2</sup>		En probeta longitudinal		En probeta transversal				Energía absorbida  mín. kpm.	Temperatura de ensayo °C
					Espesor 40 mm.  mín. ‰	Espesor 40 mm. 63 mm.  mín. ‰	Espesor 40 mm.  mín. ‰	Espesor 40 mm. 63 mm.  mín. ‰				
									Probeta longitudinal	Probeta transversal		
A42b	26	25	24	42-53	24	23	22	21	2	2.5	2.8	+ 20°
A42c	26	25	24	42-50	24	23	22	21	2	2.5	2.8	0°
A42d	26	25	24	42-50	24	23	22	21	2	2.5	2.8	— 20°
A52b	36	(1) 35	(1) 34	52-62	(1) 22	(1) 21	20	19	2.5	3	2.8	+ 20°
A52c	36	35	34	52-62	22	21	20	19	2.5	3	2.8	0°
A52d	36	35	34	52-62	22	21	20	19	2.5	3	2.8	— 20°

(1) En los aceros de tipo A52 el espesor límite de 40 mm. se sustituye por 36 mm.

(2) Salvo acuerdo en contrario, no será objeto de rechazo si en la resistencia a tracción se obtienen 2 kp/mm<sup>2</sup> de menos. Tampoco si en los aceros de grados c y d se obtienen 2 kp/mm<sup>2</sup> de más.

Fuente: MV-102/75

Esta variación se puede explicar por la teoría de fractura de sólidos, realizada por Griffith en 1921<sup>II</sup>; y desarrollada por Wainwright. La diferencia se debe a la inevitable existencia de grietas o fisuras en la naturaleza real de los cuerpos. Se puede demostrar que existe un valor crítico de la longitud de la grieta para cada nivel de tensión dado, por encima del cual se presenta la fractura del material; además, si se reduce la sección, se reduce también el tamaño de la máxima grieta posible, que no puede ser mayor que la propia sección de la pieza. La probabilidad estadística de encontrar una fisura próxima al tamaño crítico es mayor en una mayor sección, y puesto que debido a la teoría del eslabón más débil, cuando falle una fibra, las demás deben aumentar su tensión, se está más cerca de la fractura total. Se puede esperar mayor resistencia de fibras más finas que de fibras más gruesas. La resistencia a la fractura es, así, una medida de la perfección del material<sup>III</sup>.

Esta variable, —perfección y tamaño del espécimen—, debería ser un elemento más que considerar, en un estudio detallado del problema. Pero este valor,  $f$ , se sustituye por un valor medio,  $f_m$ , y se define como una cualidad del material; se asume que  $f_m$  se puede utilizar como un valor constante en los cálculos en que esa simplificación no signifique variación apreciable del resultado.

La relación entre sección y capacidad resistente se puede representar gráficamente; el considerar como un valor constante la relación equivale a obtener como solución una recta cuya pendiente es una constante de valor  $f_m$  —linealizar el problema— y permite reducir el número de las variables que intervienen de dos a una.

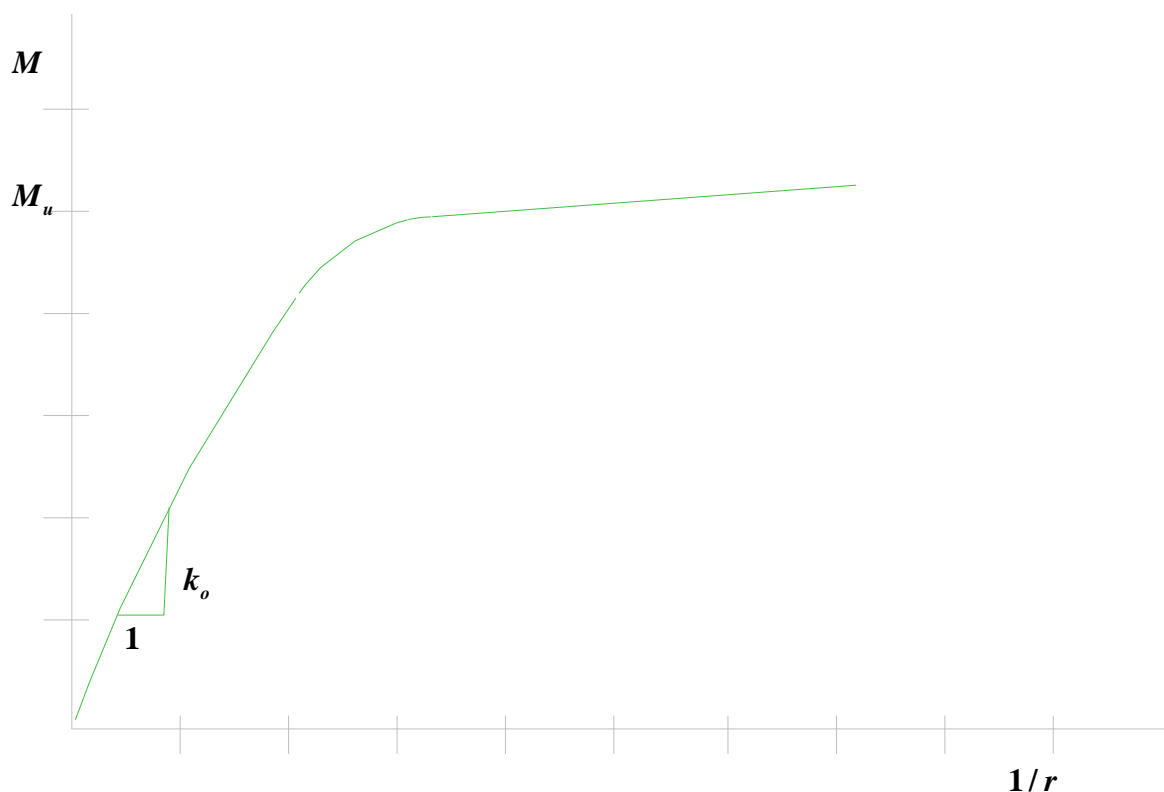
Esta decisión supone, en el fondo, considerar poco importante la variación de ese valor en relación con la variación de las otras variables del entorno en que se vaya a utilizar. Se admite que esa reducción de un valor variable a un valor medio no es significativa en esa parte del problema.

De este ejemplo se puede concluir, por tanto, que en el cálculo se suelen considerar como constantes aquellas variables cuyos valores varían muy poco en relación con los de otras.

Otro ejemplo de simplificación lineal, esta vez unido a las características de una forma geométrica, es la relación entre momentos solicitantes de una sección de hormigón armado y la curvatura producida en dicha sección.

En la determinación de la relación existente entre ambos, interviene la geometría de la sección, la cuantía y colocación de su armadura, el tipo de material —calidad del hormigón, resistencia y características de humedad y curado; y del acero—, y el estado más o menos acusado de fisuración, que es a su vez función de la entrada de carga.

La función es del tipo de la de la Figura 3.



**Figura 3. FUNCIÓN MOMENTO a CURVATURA**

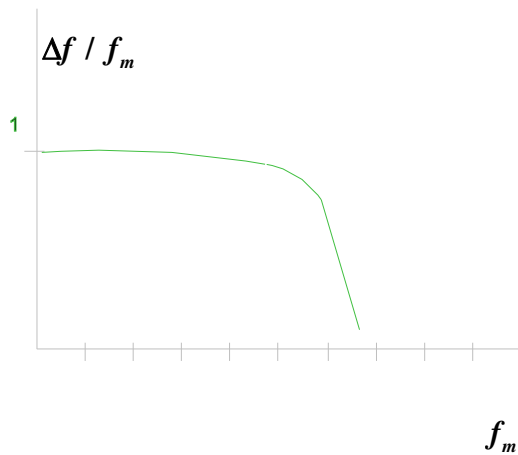
Se puede apreciar que la pendiente de la función no es constante y, sin embargo, este valor se denomina rigidez y se considera habitualmente como constante, en los cálculos en los



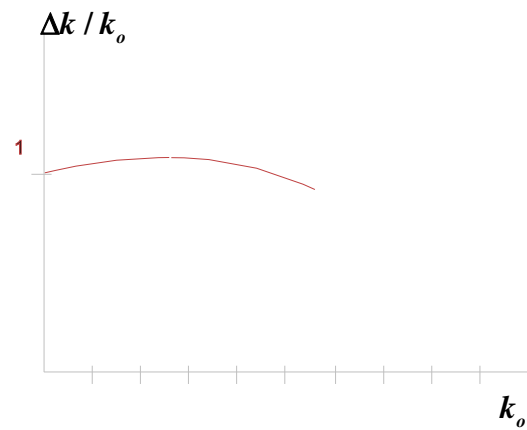
que el error cometido por esta consideración es poco importante.

Si se disponen en unos ejes cartesianos los valores de dos variables y encontramos que el dominio de existencia de su combinación es una estrecha banda con una anchura limitada, se pueden modificar los ejes y tomar así dicha banda como nuevo eje en esa dirección principal; con esta simplificación se reduce enormemente la complicación del problema.

La Figura 2 y la Figura 3 anteriores se convertirían en la Figura 4 y la Figura 5 siguientes:



**Figura 4. RELACIÓN VARIACIÓN DE TENSIÓN a TENSIÓN**



**Figura 5. RELACIÓN VARIACIÓN DE RIGIDEZ a RIGIDEZ**

El avance de los sistemas de medida y de la investigación en general ha traído como consecuencia que hoy en día se adopten algunas de estas simplificaciones sólo en cálculos aproximados, sin embargo la estimación que resulta de esta aproximación es suficiente en determinadas fases del problema.

A lo largo de este trabajo se verá cómo algunas otras relaciones entre las variables estructurales admiten esa linealización fuertemente simplificadora, que por un lado permite una discusión más inteligible y por otro asigna contenido físico a la relación, definiendo nuevas variables sumamente operativas.

Tal simplificación es recomendable sobre todo en la fase inicial de diseño, o elección de parámetros de la estructura, que será posteriormente analizada con rigor, —sin acudir a tales simplificaciones—.

El carácter inteligible es el que permite obtener con facilidad el orden de magnitud de las variables al encontrar con rapidez cómo varía cada una al variar cualquiera de las demás, herramienta indispensable en el proceso de toma de decisiones en el diseño.

El proceso genérico que ejemplifica el caso anterior se describe en síntesis de la forma siguiente:

Se suponen conocidos de forma suficiente los valores de la relación de dos parámetros, simbolizada por una expresión del tipo:

$$A = f(B)$$

Se trata de obtener una relación lineal entre ellos que sirva como primera aproximación al diseño de la solución.

Esto se puede hacer de varias maneras:

—Gráficamente, sustituyendo la banda de variación de resultados por una línea de valores medios.

—Realizando un desarrollo en serie polinómica de funciones; si la serie resulta rápidamente convergente, se puede considerar sólo el primer elemento de la serie, cuyo valor puede ser suficientemente representativo de la función para esta primera aproximación.

$$A = KB + \dots$$

$K$  sería el coeficiente de paso entre los parámetros  $A$  y  $B$ .

—Derivando la función que relaciona dos parámetros  $A$  y  $B$ :

$$\frac{\delta A}{\delta B} = K$$

El valor de la primera derivada, ***K***, es el índice de lo que varía ***A*** con respecto a una variación de ***B*** —valor del coeficiente de paso de la función linealizada, y valor de la pendiente media de la representación gráfica de la función—.

El siguiente apartado trata del análisis de los modos de variación del valor de un parámetro en relación con otro.

### 1.8. ESTABILIDAD MATEMÁTICA

Se entiende que existe estabilidad en un problema, en un sentido matemático, cuando la variación del resultado es del mismo orden que la variación de los datos de entrada; si al modificar ligeramente los elementos que definen el problema, los resultados, o bien siguen siendo los mismos, o su variación está fuertemente acotada.

El obtener una zona de variación pequeña en los resultados es una característica de las variables con estabilidad.

En los problemas estables, la estabilidad es una garantía de la solución; los detalles no son importantes y no es preciso tomarlos en consideración. También es una garantía del propio modelo utilizado.

Mientras que un modelo que produce resultados estables en un campo de uso puede utilizarse con cierto margen de simplificación en las entradas, como suele ser normal en los procesos de diseño, un modelo que produce resultados de gran dispersión no puede utilizarse sin una definición muy rigurosa y los resultados son sólo válidos para esa definición, sin que podamos extraer consecuencias de ella para valores próximos, sin otro análisis.

El caso límite de la falta de estabilidad son los problemas denominados caóticos; aquí la consideración de todos los detalles es fundamental, pues cualquier variación de un dato de entrada modifica de forma significativa la solución del problema<sup>IV</sup>, —por lo tanto hay que considerar todos los detalles—.

En el mismo sentido, Argüelles<sup>V</sup> entiende por condicionamiento de un sistema de ecuaciones lineales la sensibilidad de la solución frente a una ligera variación de los valores de los coeficientes de las incógnitas o de los términos indepen-

dientes. Cuando la sensibilidad es grande, —pequeñas modificaciones de los coeficientes varían sustancialmente el resultado—, se dice que el sistema está mal condicionado.

Como ejemplo se analiza a continuación el diseño de una pieza a compresión.

Para cargas alejadas de la carga crítica que corresponde a la pieza, la situación está determinada principalmente por el valor de la relación entre la carga y la capacidad resistente del material; a medida que aumenta la esbeltez de la pieza, el incremento necesario de la sección debido al factor de pandeo, aumenta; al principio lo hace lentamente, más despacio de lo que lo hace la propia esbeltez, por lo tanto, el problema es muy estable, pues la variación de la salida es inferior a la de la entrada. Hasta valores en torno a una esbeltez de 100, el crecimiento de área necesaria es inferior al crecimiento de esbeltez; a partir de este punto los incrementos son ya muy rápidos, pues sigue aproximadamente una ley exponencial, con potencias de grado tres, y es preciso considerar la forma de la sección cada vez con mayor precisión. Pequeñas diferencias de forma, para una misma área, dan resultados muy diferentes al tener la pieza distinta esbeltez. Los detalles son ahora fundamentales.

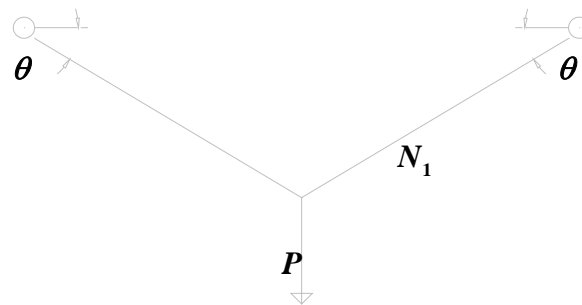
Puesto que el conocimiento del valor del área y la forma de la pieza no puede ser absolutamente exacto, ya que depende de la precisión de fabricación y comprobación de los elementos, es necesario asumir cierta falta de precisión consubstancial al problema. En zonas estables, lejos del valor de la carga crítica, el error de la salida es inferior al de la entrada y se pueden utilizar los resultados; en zonas próximas a la carga crítica el problema se transforma en caótico y los resultados no son fiables<sup>8</sup>

---

<sup>8</sup>. La inestabilidad matemática del problema del pandeo es correlativa de la inestabilidad física.

El conocimiento del valor de la carga crítica tampoco es exacto; cerca del valor de  $N_k$  no se sabe bien lo que pasa, por lo que ni siquiera se puede determinar  $N_k$  con precisión<sup>9</sup>.

Otro ejemplo de problema caótico es el de la Figura 6, con una carga sustentada por dos cables traccionados:



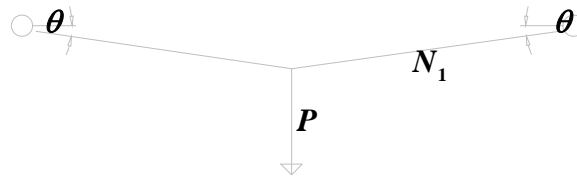
**Figura 6. RESULTADO ESTABLE**

La determinación de la sollicitación en cada cable es el valor de la mitad de la carga dividido por el seno del ángulo  $\theta$ ; si se disminuye el valor del ángulo disminuye el de la función seno y aumenta la sollicitación. Para valores de ángulos muy pequeños las sollicitaciones crecen rápidamente, pues el denominador tiende a 0, y el problema se convierte en caótico: no es posible determinar el valor de la sollicitación sin tener en cuenta los detalles, el grado de fijación de los apoyos, el sistema de agarre, e incluso la propia sección del cable, ya que la deformación altera el ángulo  $\theta$ , y el equilibrio debe plantearse en la situación deformada; ahora los detalles interesan el resultado. Ver Figura 7.

Tanto en este problema como en el de pandeo, el análisis debe hacerse teniendo en cuenta los efectos de segundo orden.

---

<sup>9</sup>. La propia formulación de Euler incluye la simplificación de igualar la curvatura con la segunda derivada  $y''$  de la deformada, en lugar de  $1/r = y'''/(1+y'^2)^{3/2}$



**Figura 7. RESULTADO INDETERMINADO**

Otro ejemplo de planteamiento de problemas que tienen algunas características caóticas es el diseño de estructuras mediante el uso directo del análisis no lineal.

El análisis no lineal se propone resolver el problema de la falta de proporcionalidad entre fuerzas y desplazamientos, ya que considerar constante la relación entre éstos para las estructuras es sólo una simplificación aproximada.

La aplicación más clásica se realiza en el estudio del comportamiento del hormigón armado. Se intenta averiguar el comportamiento de una pieza de geometría determinada —sección y armadura— ante una situación de carga; se cuenta con dos materiales diferentes e interrelacionados: el acero y el hormigón; ni la gráfica tensión-deformación del acero es lineal (comportamiento elasto-plástico), ni mucho menos la del hormigón, del que sólo se han obtenido las leyes que rigen su comportamiento (ecuaciones constitutivas) de forma aproximada, puesto que para alcanzar mayor exactitud habría que considerar el problema del detalle de la configuración interna, y su composición a base de cemento, áridos de diferente granulometría, aire y agua, es poco homogénea; estos elementos pueden tener diferentes características, la hidratación del cemento sucede durante un largo periodo de tiempo en que se crean nuevos lazos químicos; en definitiva, sólo se puede contar con un nivel de aproximación.

Por otro lado, el valor de la resistencia del hormigón depende de los esfuerzos en las tres direcciones espaciales; la capacidad resistente a compresión medida en un eje es mucho mayor si el hormigón está confinado con solicitaciones a compresión en dos direcciones ortogonales, y mucho menor si con-

vertimos una de ellas en tracción; su resistencia a tracción es escasa, por lo que se fisura; el comportamiento del hormigón depende además de su retracción y de la fluencia, lo que es causa de deformaciones diferidas; el paso del tiempo y la duración de la sollicitación modifica sus propiedades —envejecimiento y cansancio—, así como la temperatura. La fisuración de la pieza altera continuamente su rigidez, dependiendo de la historia de carga, a lo que hay que añadir la colaboración del hormigón de las zonas entre fisuras —tensión stiffening—.

Otras propiedades, que aún complican más el planteamiento, son la relación no lineal entre deformación y tensión a compresión, la fragilidad en tracción y compresión, y la transmisión de tensión tangencial por engranamiento entre caras de fisuras.

La combinación de acero y hormigón tiene además algunas peculiaridades, como la adherencia imperfecta entre ambos y su deslizamiento relativo, la contribución por adherencia del hormigón traccionado entre fisuras y el efecto pasador de las armaduras<sup>VI</sup>.

La conclusión es que, en problemas como éste, existen muchas variables y muchas combinaciones posibles.

En el análisis, los resultados se determinan por los datos y es necesario conocer todos los que intervienen para llegar a un resultado preciso; por el momento, las formulaciones más avanzadas se basan en el análisis por elementos finitos y establecen ya de partida modelos simplificadores que permiten su manejabilidad mediante ecuaciones, como, por ejemplo, idealizar la barra por su directriz, considerar las secciones deformadas planas, lo que equivale a no considerar la deformación por esfuerzos tangenciales, etc. Si se realiza el análisis a nivel "microscópico" la complejidad es mayor pero sigue siendo analizable; el carácter esencial de este procedimiento es que si se varía un dato el resultado cambia y la relación con el valor que resultaba anteriormente no corresponde a una relación enunciable, al menos por el momento. No se pueden obtener leyes simples que indiquen de qué lado estarán las previsiones; no se puede utilizar el análisis para simplificar el



problema del diseño, es preciso volver a realizarlo para saber cómo se comporta la pieza modificada, y eso es lo único que se sabe de ella: su comportamiento para una determinada combinación de variables.

Por ejemplo, para analizar una viga de un vano, empotrada y con carga uniforme, hay que definir la sección de hormigón, —normalmente variable a lo largo de la luz, cuando se cuenta con la colaboración del forjado—, la armadura en todas las secciones, los materiales —características, composición, curado, etc.— los valores y disposición de las acciones y el modo de entrada en carga; con todos los valores determinados se obtiene el comportamiento de la viga, la forma y dirección de las fisuras, el giro y desplazamiento de las secciones y la carga última resistida, con mayor precisión cuanto más afinado sea el modelo utilizado.

Si se modifica algún dato, el modelo es diferente y se altera todo el proceso: la fisuración se inicia en otras secciones y de distinta forma, los giros y desplazamientos son otros y la carga última es diferente; al existir muchas variables interrelacionadas, los resultados no son previsibles.

Una variación arbitraria de los valores de datos de entrada produce resultados indeterminados de antemano en el resto de variables. Por ejemplo, la cantidad y disposición de la armadura, para valores constantes de las demás variables, afecta sensiblemente a los momentos resistidos.

Si se suponen unos valores de momentos con objeto de diseñar la armadura de la viga, por ejemplo los momentos de empotramiento elásticos que tienen una proporción 2:1 —momento de negativos 66% del total del momento isostático y momento de positivos 33%—, y se analiza la viga así diseñada para determinar momentos y carga última resistida, los valores de los momentos finales están en la proporción de 3:1<sup>10</sup>, pero si se diseña la armadura con esa proporción los resultados están en proporción diferente, y no se encuentra una situación autocongruente hasta relaciones de armadura de aproximadamente 7:1.

---

<sup>10</sup>. En el Capítulo 3, el cálculo de la flexión, se analiza el resultado con detalle.

Es posible que una modificación en otra dirección del diseño de la armadura equilibre antes datos iniciales con resultados finales, igualando las armaduras necesarias para resistir la solicitación con la solicitación correspondiente a esa armadura, y con un resultado más razonable. Soluciones con proporción 1:1 están más cerca de esa posibilidad<sup>11</sup>.

Aceptando que algunas secciones puedan girar al llegar a su límite de fluencia, cabe pensar que existirán varias soluciones posibles, dependiendo de que se alcancen los valores plásticos y de que exista la ductilidad necesaria para el giro de las secciones.

Si el modelo considera la viga como rectangular en el apoyo, y con forma en te en el vano, y afina en la configuración del apoyo como finito con entrada gradual de la carga, los valores de empotramiento tenderán a bajar y serán inferiores a los elásticos; pero si se dimensiona con los valores elásticos, las secciones del apoyo estarán más armadas, posiblemente con armado trabajando a compresión, la rigidez aumentará y los momentos también.

Sin conocer con anterioridad dónde hay que buscar, la aplicación indiscriminada del análisis no soluciona el diseño, ya que existen zonas de estabilidad no definida, caracterizadas por la imposibilidad de predecir la variación del resultado, y la búsqueda resulta caótica; el modelo no lo es, sus resultados están determinados por los datos, pero la codificación del problema que se pretende resolver, el conocimiento de la cantidad necesaria de material estructural, resulta caótico sin una estrategia de búsqueda.

Si se considera ahora un pórtico completo, conseguir que las armaduras basadas en los momentos supuestos lleven a solicitaciones de momento coincidentes con los momentos resistentes, para todas las barras del pórtico, es una difícil casualidad. Si la coincidencia se encuentra en algunas barras, el

---

<sup>11</sup>. La Normativa actual considera aceptable una redistribución de un 15% si  $x/d < 0,45$ , sin entrar en el análisis de comprobación de esa modificación de resultados, lo cual no deja de parecer un criterio general en ocasiones poco justificado, por lo que se podría considerar como de tipo "estético".

intento de ajuste para otras desestabilizará las primeras, dado el importante número de valores variables que hay que ajustar; el proceso puede llevar cierto tiempo aun conociendo cuál debe ser la sistemática que consiga ir cerrando el proceso.

Los criterios de corrección estructural no son evidentes, sobre todo en situaciones que parecen contradictorias; por ejemplo, en el pórtico de hormigón ante carga horizontal, cuando la relación entre la rigidez de las vigas y las de los pilares es pequeña —vigas demasiado flexibles—: ante un desplazamiento excesivo del pórtico, el intento de aumentar el término del soporte produce un resultado aún peor; el funcionamiento acentúa el esquema de ménsula resistente en detrimento del esquema pórtico.

El aspecto caótico reside en el intento de realizar el diseño con el uso de esta única herramienta, la de su análisis, es un cálculo ciego, necesita criterios externos para obtener un resultado apropiado. Desde el punto de vista matemático la variación de una sola variable sólo produce alteraciones en el resultado de una magnitud similar; los errores no se amplifican, pero el hecho de existir un número discreto de soluciones estrictas —momento previsto igual a momento resistido— para un número muy superior de combinaciones de posibilidades de diseño, hace que la solución general del diseño sea un problema indeterminado.

Los fenómenos naturales revisten características de indeterminación por la propia realidad de los elementos que se manejan; cuanto más se quiera aproximar al comportamiento real, mayor es el número de parámetros que intervienen en los modelos sustitutorios utilizados.

Los modelos empleados en el análisis no lineal suministran información aproximada al comportamiento real de las estructuras analizadas. Puesto que el modelo debe definirse previamente, su análisis sólo suministra información acerca de su comportamiento y por tanto de su validez, pero nada más, no ayuda a conocer cómo se pueden alterar los valores de las variables que intervienen para mejorar el comportamiento; para

ello es necesario encontrar ciertas leyes aproximadas de variación, y además conocer si existe estabilidad matemática en la solución y si el modelo es fiable, puesto que un resultado válido en una zona inestable no es utilizable; es preciso someter el modelo a diferentes modificaciones y comprobar que sus resultados no difieren de forma caótica, que están acotados.

El simple proceso del análisis no es demasiado útil para el diseño, aunque puede ser utilizado si no se dispone de ninguna otra herramienta, con la salvedad indicada de asegurar la estabilidad matemática de la solución.

La importancia del análisis estriba en su utilización de forma sistemática; lo usual es que el número elevado de variables impida poder despejar una de ellas en función de las otras lo que resolvería el cálculo de la estructura, sin embargo es más fácil derivar la función para cada una de las variables que intervienen. Tampoco es necesario que exista una función totalmente definida, ya que se puede utilizar un desarrollo en serie o incluso obtener una curva media basada en valores punto a punto.

El conocimiento de la derivada primera de una variable con respecto a otra resulta más útil al diseño que el conocimiento de la propia función.

El diseño mediante análisis no lineal necesita procesos de tipo cíclico o iterativo, al no poder determinar resultados de todas las variables directamente; resulta necesario aproximarse apostando por los resultados que unas determinan para las otras. Aunque el comportamiento es determinista, la formulación del problema así considerado es caótica, la variación de un factor provoca variación de otros factores, y esta variación no se conoce con las herramientas del análisis, es necesario utilizar otras herramientas para decidir de forma menos arbitraria el sentido de las modificaciones, no es posible servirse únicamente del análisis para diseñar.

El sentido del análisis no lineal para el diseño de estructuras es obtener las funciones que relacionan los paráme-

tros internos de la estructura, mediante la utilización sistemática de la herramienta de análisis, para aplicar posteriormente las funciones encontradas de forma simplificada con el objeto de elegir una solución correcta, que se puede validar con un análisis de comprobación final.

El análisis tiene dos objetivos básicos, uno anterior al diseño y el otro posterior:

—1. Anterior al diseño: su utilización sistemática sirve para conocer las funciones de derivación de cada variable en relación con las otras.

—2. Posterior al diseño: su utilización sirve para comprobar la validez de la solución diseñada e indica el margen estructural o coeficiente de seguridad de que se dispone.

Cuando se realiza el análisis de variables de segundo orden se obtienen consecuencias similares; en este caso se intenta relacionar la influencia de los resultados obtenidos para una hipótesis inicial, con esa misma hipótesis, por ejemplo, la influencia sobre los valores de acciones o solicitudes que ejerce la posición de la propia estructura deformada por estas solicitaciones.

Aquí el detalle vuelve a ser fundamental, pero además el resultado se convierte en dato, por lo que es necesario aproximarse poco a poco al valor que consigue producir como resultado el propio valor del dato —convergencia del problema—.

Los casos muy estables son redundantes, ofrecen pocas salidas para muchas entradas y tienen un dominio muy acotado; por esta razón permiten simplificaciones.

Los casos caóticos no sólo presentan gran dispersión en sus resultados, impidiendo la adopción de simplificaciones y previsiones en los resultados, sino que, además del resultado, la validez del propio método queda en duda: el valor de  $N_k$  para el pandeo, la del ángulo  $\theta$  para el cable, o la utilidad del análisis no lineal o de segundo orden para definir una pieza.

El fenómeno no es caótico en sí mismo, está determinado; es la falta de formulación desde el punto de vista del diseño la causa del caos.

Existe un margen importante de indeterminación en las variables que definen los problemas de diseño de estructuras; por ejemplo, las hipótesis de cargas, como su propio nombre indica, son sólo situaciones hipotéticas que conducen a soluciones suficientemente seguras, la definición teórica de las piezas proyectadas puede diferir bastante de las ejecutadas, y los modelos de comportamiento simplificados pueden resultar bastante diferentes de los reales.

En este panorama, resulta obvio que sólo se pueden acometer problemas que presenten cierta estabilidad en su método y en su solución. Algunas de las relaciones entre variables presentan ambas formas de comportamiento, estable y caótico, en distintas áreas; pueden existir zonas de estabilidad y zonas de inestabilidad. Por ejemplo, en el análisis de comprobación de pandeo de una pieza, en las proximidades al valor de la carga crítica el problema necesita datos fiables sobre la excentricidad inicial; en este caso lo razonable sería no proyectar cerca de ese valor de cálculo por una simple razón de fiabilidad de los resultados<sup>12</sup>.

Otras veces es el tipo de planteamiento el que presenta las características de inestabilidad, como ocurre en cualquier procedimiento que afecte a muchas variables, y en el que se determinen de forma arbitraria los valores de algunas de ellas para poder proseguir con la definición del resto. En este caso el grado de estabilidad es función directa del grado de arbitrariedad.

A continuación se analiza la naturaleza del comportamiento caótico.

---

<sup>12</sup>. A pesar de la estricta utilización del valor de  $N_k$  en los cálculos, el margen más alto del uso habitual es aproximadamente  $N_k/20$ .

### 1.9. ESENCIA DEL COMPORTAMIENTO CAÓTICO

El avance de la ciencia en este siglo ha supuesto el hundimiento de las ideas deterministas de Laplace, que llegó a afirmar en el siglo XVIII (1776) que bastaría conocer la posición y la velocidad de todas las partículas del universo para predecir el futuro.

Existen dos razones para el abandono de este objetivo: por un lado, el principio de incertidumbre de W. K. Heisenberg (1925), que afirma la limitación fundamental de la posibilidad de conocer simultáneamente la posición y la velocidad de una partícula, no por un problema de técnica de medida, sino por una imposibilidad física: el conocimiento de una de ellas, altera el conocimiento de la otra<sup>13</sup>.

Pero por otro lado, fuera de la mecánica cuántica, existe otro factor de impredecibilidad, que es fruto de la investigación sobre la generación de procesos aleatorios. Existen importantes aportaciones en este campo, como las debidas al grupo de físicos de la Universidad de Santa Cruz (California)<sup>VII</sup>.

En el análisis de fenómenos en los que no aparecía una relación clara entre causa y efecto, anteriormente se afirmaba que existían elementos aleatorios; sin embargo, se ha comprobado la generación de comportamientos aleatorios en sistemas deterministas muy simples con muy pocos elementos; a esta forma de aparición de lo aleatorio, hoy se la denomina caos.

La paradoja es que se ha encontrado que los fenómenos caóticos son deterministas, tienen reglas fijas sin elementos de azar; en teoría se puede determinar el futuro a corto plazo, pero en la práctica las pequeñas incertidumbres se agran-

---

<sup>13</sup>. El límite es el producto de las incertidumbres: la de su posición y la de su cantidad de movimiento y que es igual a la constante de Planck dividida por  $4\pi$ .

dan de tal forma que a largo plazo el resultado es impredecible.

La esencia del problema es que lo caótico no es el sistema, sino el conocimiento que se tiene de él o la codificación realizada; los valores del experimento son determinantes y el proceso se genera de forma unívoca desde su punto de partida. Se le llama caótico porque el proceso es sensible a detalles ajenos a la escala de medida y es, por ello, irreproducible e impredecible, aunque determinado.

La primera interpretación del carácter aleatorio del movimiento estocástico de fluidos la dio el físico soviético Lev. D. Landau (1940), que planteó que el movimiento de éstos suponía muchas oscilaciones independientes, y que sería la interrelación de movimientos simples en función de la velocidad de turbulencia lo que determinase la impredecibilidad; sin embargo, ha resultado más precisa la idea apuntada por el matemático francés H. Poincaré, que ya en 1903 sentó la relación existente entre pequeñas modificaciones en las condiciones iniciales que producen grandes diferencias en los fenómenos finales.

Un ejemplo clásico es el conocimiento de la trayectoria de una bola en un juego de billar americano; si se desprecia la energía que se pierde en cada choque y se desea conocer la trayectoria después de producirse una sucesión de colisiones, un error de detalle en la apreciación inicial haría que la predicción fuera muy equivocada tras cierto número de choques; el aumento extraordinario de la incertidumbre se debe a la importancia fundamental del punto de impacto que, dada la curvatura de las superficies de contacto de las bolas, hace que las pequeñas diferencias de apreciación se amplíen de forma exponencial con el número de choques.

La principal característica de los sistemas caóticos es el crecimiento exponencial de las diferencias entre trayectorias.



Si se representan geométricamente los resultados de un proceso, estas representaciones son figuras<sup>14</sup> que resultan menos complejas para los problemas de solución estable, estos últimos permiten su determinación mediante ecuaciones explícitas y su característica principal es que la situación final tiene menos dimensiones que la inicial.

Los sistemas caóticos tienen una traza más compleja, algunos casos han llegado a representarse gráficamente, por ejemplo, el primer atractor caótico descubierto por Lorenz en 1963; el sistema estudiado —movimiento de fluidos—, sólo tenía tres grados de libertad pero producía resultados impredecibles, con un incremento considerable del orden de dimensiones finales con respecto a las iniciales.

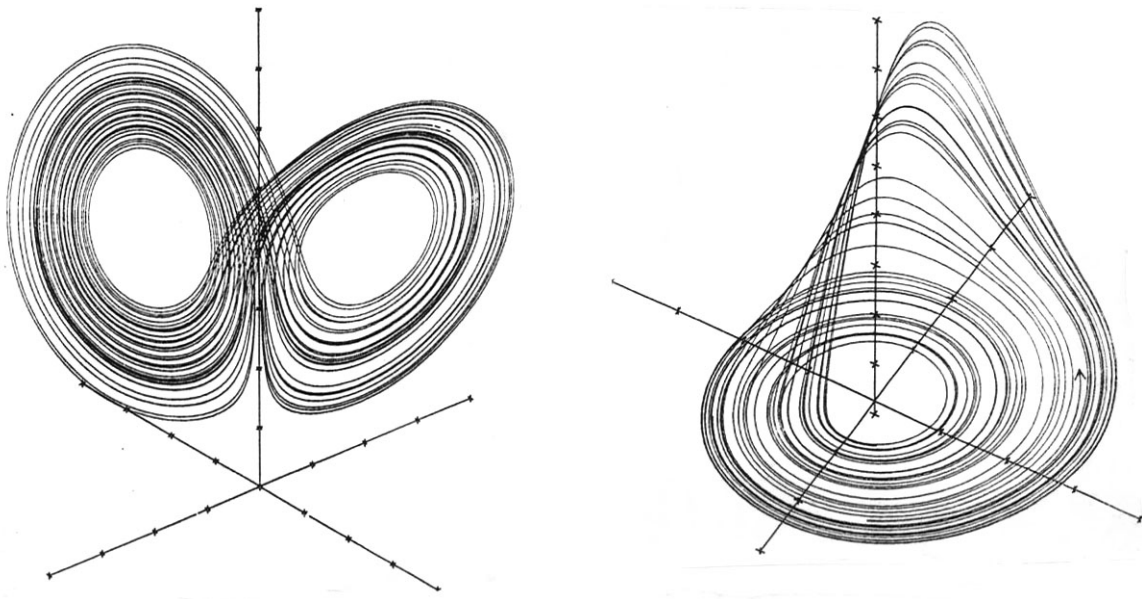
En este experimento, las perturbaciones microscópicas se amplifican hasta interesar el comportamiento macroscópico; las órbitas próximas divergen rápidamente, separándose de forma exponencial y, puesto que el tamaño es finito, tal divergencia exponencial no puede ser indefinida, por lo que el atractor debe plegarse sobre sí mismo y en algún momento las órbitas se volverán a acercar. Ver Figura 8.

Hasta ahora se han podido describir muy pocos atractores caóticos y sólo en procesos muy simples<sup>15</sup>.

---

<sup>14</sup>. El espacio de configuraciones de los resultados se denomina atractor.

<sup>15</sup>. Otra medida del caos es la entropía del movimiento, que viene a constituir el promedio del ritmo de estirado y plegado de las órbitas o de la tasa de creación de información; al aumentar la velocidad de rotación en el caso del experimento anterior, aumentan la entropía y la dimensión de los atractores.



**Figura 8. ATRACTORES CAÓTICOS DE LORENZ Y DE ROSSLER**

Lo interesante es destacar el hecho de la importancia de la relación entre el grado de exactitud o estabilidad de los valores de los datos y el tipo de incertidumbre del sistema. En un sistema no caótico los puntos permanecen cercanos en su evolución, los sistemas predecibles no son especialmente sensibles a los errores de medición.

En el sistema caótico, como el del movimiento de fluidos de distinta densidad, los movimientos de estirado y plegado eliminan sistemáticamente la información inicial sustituyéndola, se amplían las incertidumbres actuando como multiplicadores que elevan las fluctuaciones microscópicas a expresiones macroscópicas.

Curiosamente, el paso de una situación de espacio de configuraciones estable a otro caótico puede ser provocado por la alteración de uno sólo de los elementos del experimento.

Los físicos Gollub y Swinney, encontraron distintos atractores que aparecen en un mismo experimento<sup>16</sup> a medida que

---

<sup>16</sup>. Medición del flujo de fluido en una célula de Couette, realizado en 1974.

se modifica una variable —la velocidad en este caso—, se pasa de un atractor estable elemental a otros más complejos y finalmente a un atractor caótico.

Dependiendo de qué se quiere analizar, se pueden encontrar características estables o caóticas dentro de un mismo fenómeno; de la misma forma que en un análisis a nivel microscópico del movimiento pendular se pueden encontrar resultados caóticos en función del rozamiento del aire, la temperatura y la humedad, también en un sistema caótico se pueden encontrar variables estables, como la temperatura media o la velocidad promedio del movimiento.

Se presenta un desafío al punto de vista reduccionista, según el cual un sistema se puede entender descomponiéndolo en partes y estudiándolas por separado; el caos demuestra que las interacciones no lineales entre elementos pueden originar sistemas mucho más complejos; de la misma forma, aparece como infundada la esperanza de poder alcanzar el conocimiento de los fenómenos físicos a través del análisis detallado de las fuerzas y constituyentes elementales.

La interacción de componentes puede llevar a una escala muy diferente de la inicial.

Existen experimentos que demuestran lo cerca que, a veces, se encuentra la barrera entre el movimiento caótico y el estable; J. M. Ottino, ingeniero químico, ha comprobado que es la localización topológica de una materia fluida —**A**—, en otro medio de distinta densidad sometido a un movimiento general —**B**—, lo que determina el tipo de movimiento: estable o caótico<sup>VIII</sup>; basta con cambiar la situación de la materia **A** dentro de **B** para que el movimiento que realice **A** tenga un carácter cualitativamente diferente; en el caso de estabilidad se podrían reproducir hacia atrás los movimientos efectuados por **A**, con un error de medición remanente dependiente de los aparatos de medida, este error crecería de forma lineal según el periodo que se intenta reproducir; en el caso del movimiento caótico el error en el intento de reproducción de movimientos crece de forma exponencial.

En realidad lo que resulta caótico es la parametrización del problema, no el propio problema. En el movimiento caótico se pierde el sentido determinista del fenómeno sólo desde el punto de vista del análisis de ese movimiento; la prueba de esta afirmación es que se pueden reordenar las variables que intervienen encontrando un marco de variación estable. Desde el punto de vista de la entropía del sistema, los modelos estables tienen menos entropía que los caóticos, y éstos tanto más cuanto más caóticos sean. Para disminuir la entropía se necesita incrementar la energía, lo que se puede lograr para cada modelo encontrando las reglas de estabilidad y moviéndose en el marco acotado por ellas. Incluso en los ejemplos clásicos de sistemas caóticos, como la velocidad de las moléculas de un gas<sup>17</sup>, existen variables no caóticas, como la velocidad media, que es muy estable. Para poder sacar consecuencias útiles en la resolución de un sistema de variables, es preciso tratar de determinar sólo las que presenten aspectos suficientemente estables.

En el análisis no lineal, mientras no se conozca el espacio de configuraciones posibles, no se puede tratar de estabilizar la solución, y existe un grado indeterminado de desviaciones en los resultados, similar a cierto grado de caos.

A título de ejemplo se plantean dos métodos gráficos muy populares aplicados a la resolución de estructuras trianguladas de barras.

El método de Luigi Cremona (1873) para determinar solicitaciones en estructuras de entramados de barras permite soluciones suficientemente precisas, es muy estable, para valores intermedios de ángulos entre las direcciones de las barras alejados de  $0^\circ$  y de  $180^\circ$ , que son por otro lado los más adecuados desde el punto de vista constructivo.

Para ángulos pequeños el trazado geométrico precisa más detalle, por ser las líneas más tendidas. Pequeños errores en

---

<sup>17</sup>. Que proviene de la palabra griega caos.

la entrada de datos no poseen significación en la salida, el resultado tiene un orden de precisión parecido al de la entrada, el sistema es por tanto estable y puede utilizarse.

Véase en la Figura 9 el desarrollo gráfico por el método de Cremona de un caso típico. La estabilidad del método se deduce de que existe redundancia, se puede resolver de varias formas y obtener el mismo resultado; a pesar de que el proceso pasa por la determinación de todas las barras desde el extremo del voladizo para llegar a la número 1, se puede atajar calculando esta barra directamente, seccionando la estructura y equilibrando el elemento seccionado, con el mismo resultado.

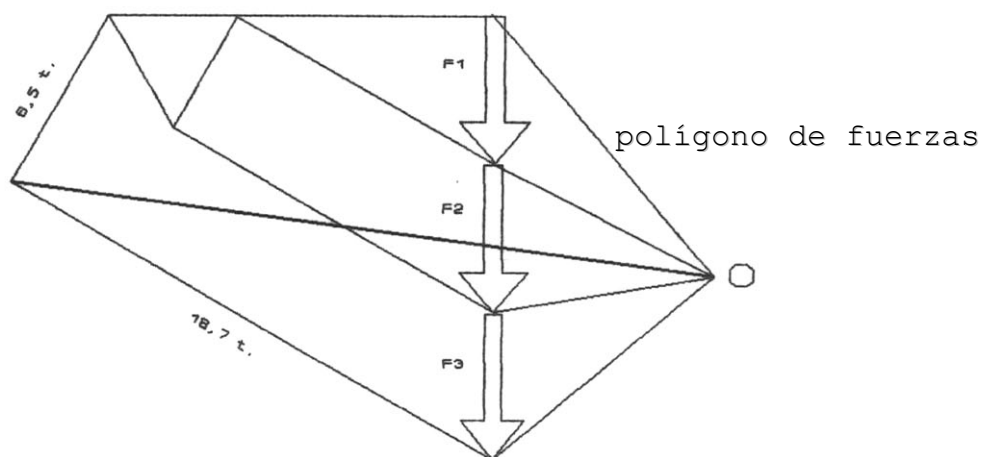
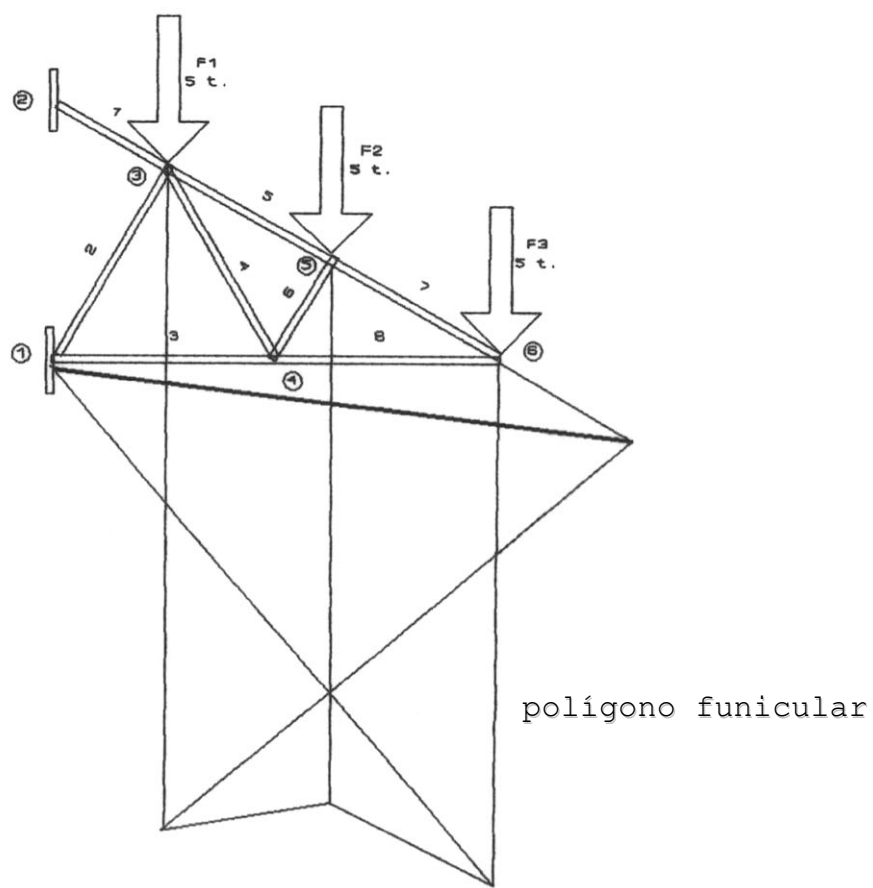


Figura 9. DESARROLLO GRÁFICO POR EL MÉTODO DE CREMONA

El cálculo de deformaciones para el mismo entramado por el método del ingeniero francés Williot —1877—<sup>18, IX</sup> presenta mayores características de inestabilidad, incluso para los valores medios de ángulos entre barras.

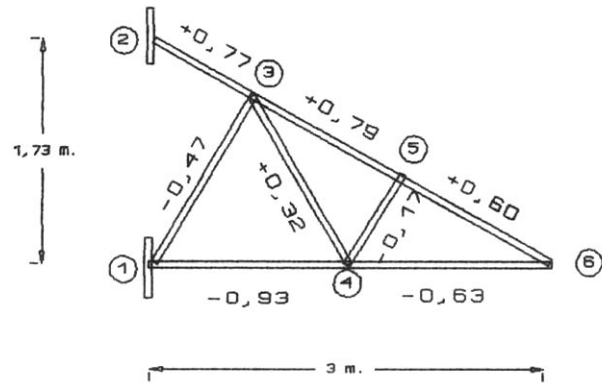
La determinación de la situación de los puntos deformados se hace considerando los valores absolutos de las deformaciones y combinándolos con las direcciones perpendiculares a las direcciones iniciales de la estructura. A medida que van resolviéndose nudos, los trazados ocupan cada vez más espacio, y la construcción geométrica empieza a agrandarse en direcciones difíciles de prever, lo que aumenta la inexactitud de la solución y puede invalidar las ventajas de sencillez de resolución previstas.

Desde el punto de vista matemático el método es muy inestable, demasiado sensible a las alteraciones de los datos; los errores se amplifican en proporción mayor que lineal.

La resolución de las deformaciones para la estructura anterior tendría el desarrollo de la Figura 10<sup>X</sup>:

---

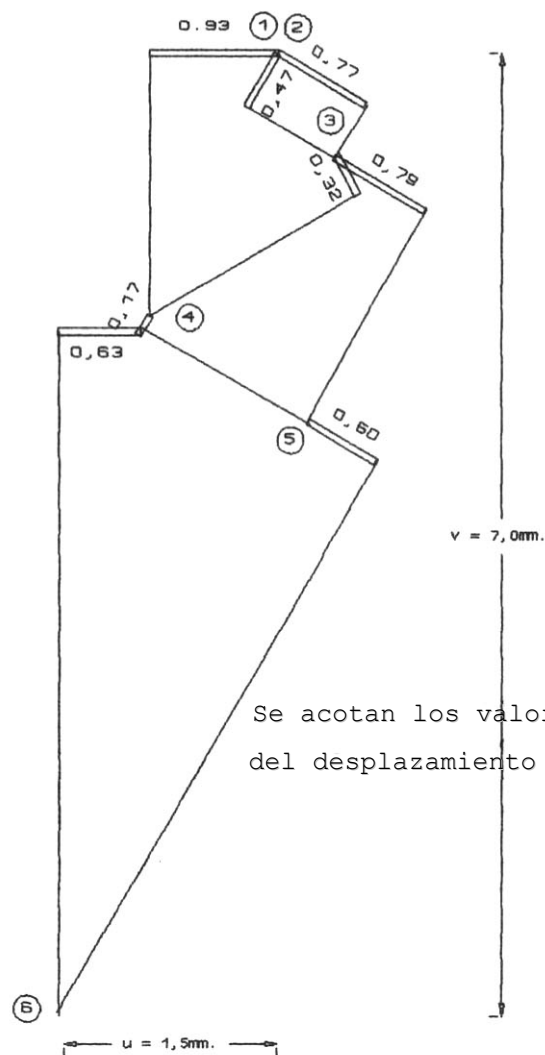
<sup>18</sup>. Otto Mohr introdujo en 1887 una corrección al método ampliando el campo de aplicación, por lo que el método se conoce por Williot-Mohr.



deformaciones de las barras

sección constante:  $10\text{cm}^2$

$E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg / cm}^2$



Se acotan los valores finales  
del desplazamiento del punto 6

Figura 10. DESARROLLO GRÁFICO POR EL MÉTODO DE WILLIOT-MOHR



La conclusión es que, a pesar de ser matemática y geométricamente intachable, el método gráfico de Williot Mohr es de eficacia más que dudosa y poco fiable; debido a la sencillez del proceso, tiene validez en algunos casos simples: primeras aproximaciones y casos similares conocidos.

En el proceso de diseño de la estructura es preciso evitar los aspectos caóticos que puedan existir. Para ello y para atajar la solución, el razonamiento humano aplica en ocasiones ciertas reglas heurísticas, basadas en su sentido común o en su experiencia; las decisiones pueden estar enunciadas de forma poco rigurosa, pero pueden conducir a resultados aceptables debido a que detrás de ellas se encuentra una historia de prueba y error que ha sido muchas veces la base del aprendizaje.

### 1.10. LA MECANIZACIÓN DEL APRENDIZAJE

La inteligencia artificial, disciplina cuyo objeto es reproducir algunas de nuestras facultades mentales, ha potenciado el desarrollo de ordenadores con una arquitectura propia, que se encuentra en un estado muy avanzado; sin embargo, existen aún lagunas para la resolución de una segunda parte de sus aplicaciones, que es la creación de los procedimientos necesarios para que el conocimiento pueda, de alguna manera, introducirse en los programas de funcionamiento de los sistemas y que éstos sean utilizados por personal no experto. Este proceso, que está en línea con el desarrollo general de las necesidades sociales, se implantará con seguridad, para permitir un mayor grado de especialización en el trabajo.

Los progresos en este campo son todavía recientes: en 1956 se crea el primer programa de inteligencia artificial, que trabajaba con teoremas de la lógica de proposiciones, en 1969 se celebró el primer congreso de inteligencia artificial y de 1974 data el primer sistema experto, el Mycin, en el campo de la medicina.

El análisis del aprendizaje, para su aplicación a las máquinas, ha aportado luz en muchos procesos que resultaban enmascarados por decisiones arbitrarias que no parecían justificadas.

En los años setenta Nicholas V. Findler desarrolló sus estrategias de aprendizaje del juego del póquer mediante máquinas; el análisis del aprendizaje de este juego para una máquina tiene cierto interés porque en él se dan situaciones que exigen adoptar decisiones con riesgo e incertidumbre, basándose en informaciones incompletas; ni siquiera la información pasada es completa, como sucede en otros juegos como el ajedrez, sino que es preciso sintetizar información de varios tipos y corregirla continuamente; él estableció varios esquemas

muy semejantes a las situaciones reales: diseñó el del jugador programado para no arriesgarse —matemáticamente equilibrado—, que basa su juego en una estrategia en función de la probabilidad y del valor de las ganancias y las pérdidas, por la cual establece su apuesta; otro tipo es el del jugador programado para arriesgarse, que trata de aprender las técnicas del resto de los jugadores mediante la utilización de "faroles", con lo cual no sólo gana, también obtiene información e impide que los otros la tengan.

Findler establece así su concepto del aprendizaje: Cuando una persona ha de tomar una decisión construye, consciente o inconscientemente, un modelo del problema, describiendo los objetos y sucesos ligados a él y presentando sus interacciones de forma simplificada. El proceso de construcción del modelo puede contemplarse como un proceso de aprendizaje progresivo que se modifica o amplía con cada nueva información y, si existe total desacuerdo, se crea un modelo nuevo<sup>XI</sup>.

Existen diferentes formas de representar estrategias. Se pueden representar como reglas de producción, o esquemas que caracterizan cada configuración posible de elementos que van asociados a una acción que se va a ejecutar. La situación actual se describe por un patrón que se compara con los asociados a las reglas.

Otra representación de las estrategias tiene forma de árbol de decisión; en él no hay puntos aislados ni circuitos cerrados. Los nodos se organizan desde un nivel básico o raíz, y las ramas conectan nodos de distintos niveles; cada nivel representa las posibilidades de una variable y el nivel más bajo representa la acción que ejecutar. Las relaciones también pueden representarse sin niveles, mediante una red asociativa que relacione distintos nodos según los criterios que predominen. Las estrategias se basan en reglas lógicas y matemáticas, pero en la mayoría existen elementos tomados de los procesos de decisión realizados por el hombre, y que se caracterizan por criterios poco definidos, elaborados aplicando los llamados razonamientos heurísticos.

El razonamiento heurístico<sup>19</sup> permite obtener soluciones de ciertos problemas sin tener que examinar la totalidad de la masa de información asociada a ellos. La resolución no se hace mediante la búsqueda exhaustiva, sino utilizando ciertas normas prácticas, atajos y aproximaciones. Existen situaciones de incertidumbre relativa, en las que puede ser preciso aceptar riesgos razonables por ignorar ciertas posibilidades reconocidas inmediatamente como desprovistas de interés, y extraer conclusiones que vayan más allá de lo que estrictamente autorizarían las premisas. Esta es una característica del razonamiento humano.

Los heurísticos describen los mecanismos específicos que intervienen durante un proceso de descubrimiento; en nada ayudan a la sistematización, por lo que están ausentes de las presentaciones académicas a pesar de ser indispensables en la simulación de un razonamiento pues permiten restringir el espacio de la investigación<sup>XII</sup>.

Se han desarrollado estrategias de aprendizaje llamadas bayesianas, por referencia al teorema de Bayes sobre probabilidad, que van ajustando continuamente sus propias reglas de decisión, comparando los resultados previstos del proceso con los resultados reales. Si se introducen parámetros en las reglas heurísticas, un componente de aprendizaje puede hacer que los valores de esos parámetros converjan hacia óptimos; también se puede hallar una ordenación jerárquica óptima de las reglas heurísticas; o generar nuevas reglas, probarlas y adoptar las que tengan éxito.

El análisis completo de posibilidades de resolución de todas las estrategias posibles choca con un muro de explosión combinatoria; los tiempos y posibilidades crecen típicamente de forma exponencial en función de las posibilidades esperadas.

En el caso del juego de ajedrez, existe un algoritmo teórico que, en principio, permitiría a una máquina ganar con toda seguridad sólo recurriendo a la fuerza bruta del procesado

---

<sup>19</sup>. De la palabra griega heurisko: hallar, inventar.

de la información; sin embargo, el uso de este algoritmo exige una potencia tan colosal que hay dudas de que sea posible alcanzarlo; siguiendo con este ejemplo, para cada movimiento posible para un jugador hay que analizar las posibles respuestas a cada opción, y la contrarrespuesta, lo que significa hasta aquí tres niveles en profundidad de análisis. A mitad de partida se puede estimar por ejemplo en 40 el número de posibles movimientos, por lo que aumentar un nivel la profundidad del análisis implica multiplicar el tiempo de cálculo por 40, en dos niveles por  $40 \times 40 \dots$

Con este procedimiento se pueden alcanzar resultados aceptables, pero no buenos; para ello se requiere mayor profundidad de análisis, y el tiempo de éste aumenta rápidamente en relación con la mejora del resultado, la cual aumenta lentamente, por lo que el rendimiento es bajo. Los buenos programas introducen reglas que eliminan posibilidades, con lo que el incremento, aun siendo exponencial, tiene una base menor; en la práctica, un programa de profundidad de orden 8 da buenos resultados<sup>XIII</sup>. En algunos casos puede resultar crítico el llamado efecto horizonte, por el cual una decisión es correcta en ese marco de profundidad máxima pero puede resultar errónea si se amplía el nivel de estudio.

Un programa resultaría más inteligente cuanto menos complejidad requiriera para proponer una decisión. Cuando se preguntó a un gran jugador el número de jugadas que estudiaba, éste respondió en broma: "una sola, pero la buena"<sup>XIV</sup>. La categoría de un gran maestro de ajedrez no se debe al número de movimientos sucesivos en que puede pensar, sino a que sabe elegir bien entre algunos que tiene en cuenta.

Los sistemas expertos se caracterizan por explotar una importante cantidad de conocimientos pragmáticos enfocados al modo de resolver el problema planteado, en oposición a los programas realizados anteriormente por los especialistas en inteligencia artificial, que compensaban la ausencia de tales conocimientos con una ciega exploración del espacio combinatorio de las soluciones<sup>XV</sup>.

Los procedimientos utilizados actualmente en sistemas expertos usan una vía esencialmente diferente; en lugar de re-

solver programas, intentan obtener una gran masa de información sobre el tema tratado, para luego encontrar la mejor respuesta posible según el estado de conocimientos; la diferencia que supone este enfoque permite la utilización de los conocimientos de forma sistemática.

Una de sus principales características es la separación que establece entre los conocimientos utilizados y los algoritmos de resolución, lo que permite la modificación y actualización de los conocimientos.

El motor de inferencias construye los razonamientos a partir de los conocimientos, y éstos se introducen de forma declarativa y en un orden cualquiera, no son secuencias de instrucciones sino asertos; las reglas de producción permiten su utilización algorítmica<sup>XVI</sup>. Un camino interesante lo constituye la utilización de metarreglas, que permiten elegir entre distintas reglas aquellas que sean más eficaces en cada situación.

En ocasiones, las reglas de producción no reflejan implicaciones lógicas sino más bien convicciones de experto no traducidas a un sistema lógico, lo que puede implicar un coeficiente de verosimilitud en función de la mayor o menor certeza.

Los ordenadores de quinta generación se medirán por el número de inferencias lógicas que realicen por unidad de tiempo; una inferencia supone la selección y aplicación de una regla, se prevé que la capacidad necesaria será del orden de 100 Milps a 1 Gilps —ilps: inferencia lógica por segundo—; estimando que una inferencia en un ordenador actual precisa de 100 a 1000 instrucciones, uno de gran potencia, capaz de varias decenas de millones de instrucciones por segundo, podría alcanzar  $10^5$  ilps, lo que significa una potencia diez mil veces inferior a la necesaria. Para alcanzar esa potencia se desarrollan arquitecturas de trabajo en paralelo con miríadas de procesadores idénticos interactivos, tal como sucede en la Connection Machine con sus 65.536 procesadores simultáneos<sup>XVII, XVIII</sup>.

Se están preparando las herramientas y algunas son ya utilizables, la creación de bases de conocimientos en muchos

campos no representa obstáculos importantes; sin embargo, el tratamiento de toda esta información, la creación de reglas de producción que manejen eficazmente los conocimientos, tiene que hacerse y probarse; previsiblemente éste va a ser el elemento más atrasado para la utilización de la inteligencia artificial, de la misma forma que la falta de reglas de diseño impide el uso más apropiado de los calculadores actuales.

En algunas áreas, la utilización de la experiencia se puede hacer en forma de bases de datos para un archivo de memoria.

El proceso es el siguiente: cuando se plantea un problema, se busca si se ha resuelto un caso semejante —en un grado de desviación acotado—, y de forma satisfactoria; si es así, directamente termina el proceso con la salida del resultado encontrado; en el caso de tener que resolver el proceso con las posibilidades de ejecución con que el sistema cuente, el resultado se introducirá en el banco de datos al finalizar, con lo que el sistema irá aprendiendo nuevos casos e incrementando su experiencia.

Para que no sea siempre necesario realizar el análisis desde el origen, tiene una importancia fundamental la determinación de cuál es el grado de desviación permitido que ha de tener un valor predeterminado en función del análisis del problema. La distancia entre un resultado y el que le sigue, en su propia escala, señala el margen válido para que un caso con resultado esperado dentro de ese intervalo se considere definido a efectos del proceso, sin necesidad de nuevo análisis.

La determinación de la posible desviación, que desde un punto de vista general se puede considerar como un problema de medida de la variación del resultado, constituye un elemento fundamental de este estudio. La determinación del resultado y la variación del valor de éste son objetivos igualmente importantes.

Esta consideración es usual en la elección de determinados elementos estructurales que, por su entidad, no se hacen a medida y se toman de catálogo. Por ejemplo, en la elección de

viguetas o en la de perfiles de acero, se ha debido previamente tomar la decisión del número máximo de elementos diferentes que ha de utilizar el proyectista que elija una serie determinada; esto se puede generalizar a otros elementos.

En otro campo, la realización de la ferralla en pórticos de hormigón armado es también un proceso artesanal en el que la repetición de elementos, como el armado de vigas o pilares, no es demasiado frecuente, por lo general, y para reducir kilos de acero se coloca el armado estricto que sale del cálculo. Esa definición del armado desarrollada por los métodos de que el calculista dispone, puede llevar a resultados muy diversos, puesto que ni los métodos de optimización están muy desarrollados, ni coinciden plenamente en sus premisas; así pues, una misma estructura puede tener tantas soluciones como calculistas la resuelvan, si bien es posible que las diferencias entre los resultados obtenidos sean de escasa entidad, dependiendo de la magnitud del problema, pero sobre todo de los métodos aplicados en el análisis estructural.

Si se encuentra que existen soluciones muy próximas en cuantía, que resuelven satisfactoriamente un mismo problema, se podría optar por la que se considerara más normal desde un punto de vista estadístico, o más satisfactoria desde el constructivo.

De esta manera la confección del armado quedaría resuelta de manera más sencilla y menos laboriosa que la actual, y permitiría prefabricar elementos de forma extensiva, para que el diseñador dispusiera de un repertorio de soluciones para coger y llevar.

No hay que olvidar que ésta es la dirección que los incrementos de costes de la mano de obra marcan al desarrollo industrial, forzando la utilización de patrones.

Se puede, por tanto, llegar a establecer que el análisis de los procedimientos habitualmente utilizados permite su contraste y garantiza su utilización.



### 1.11. ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DEL DISEÑO DE ESTRUCTURAS

La teoría del diseño estructural intenta racionalizar el proceso de cálculo que resuelve las necesidades estructurales, y al apoyo de esta teoría va dirigido este trabajo.

Con los medios actuales de análisis, y siguiendo el sistema de prueba y error, se puede encontrar una estructura que cumpla los requisitos solicitados, dedicando el tiempo necesario para ello; éste se puede acortar a partir de la experiencia del calculista, pero limitando entonces el área de búsqueda a la zona de conocimiento de éste, sin contemplar soluciones alternativas.

Una razón importante para el análisis del procedimiento del diseño de estructuras es el proceso, ya iniciado desde hace algunos años en algunas parcelas del conocimiento, para desarrollar los sistemas necesarios que aprovechen de una forma generalizada el conocimiento basado en la experiencia de especialistas en áreas concretas, que realizan su trabajo con argumentos no declarados ni formalizados y elementos intuitivos, difícilmente traducibles, con el objetivo de su utilización por otros profesionales, tema tratado en el epígrafe anterior.

Se pueden citar algunos ejemplos, como la decisión entre las luces preponderantes del edificio y los materiales y formas estructurales que las resuelven o, en otro nivel, las decisiones relacionadas con el armado para piezas de hormigón, como la determinación del número de paquetes de armado, la cuantía del armado de montaje, la disposición de los redondos; así como entre la altura y los materiales, la relación entre la solución constructiva y el uso específico del espacio, etc. Todas estas decisiones pueden resultar complejas para un neófito, debido a que relacionan elementos cualitativamente diferentes, y, sin embargo resultar inmediatas para un calculista avezado.

El principal obstáculo para la codificación de la experiencia y su emulación posterior es el estado, aún poco desarrollado, en que se encuentra el conocimiento y reproducción del funcionamiento de la mente humana y de su facilidad para poder situarse rápidamente en un contexto determinado.

El trabajo de los especialistas, en concreto el conocimiento derivado de su experiencia, es válido para otros en cuanto repita casos, o parte de ellos, que hayan conocido o resuelto previamente y que les permitan interpolar o extrapolar resultados, con la fiabilidad de que el proceso llegará a un resultado acotado dentro de lo esperado; pero existe una limitación de las soluciones esperadas para el problema, pues dicha experiencia no será válida para otros cuando se trate de un planteamiento totalmente nuevo de todo o de parte de un problema, en cuyo caso se necesitará un planteamiento radicalmente diferente.

Este punto es crucial, puesto que decidir qué problema es nuevo y qué puede considerarse resuelto anteriormente, depende de la subjetividad de la persona que encara el problema; se puede, en cualquier caso, intentar trazar un mapa con todas las posibilidades que parecen resolver el problema, eliminar las que no llevan a ningún sitio o que, al menos en una primera observación, parecen ilógicas, y resolver el resto con criterios heredados de los casos más similares, comparando los resultados finales.

Esto puede ser más factible gracias al avance de la automatización de los sistemas de cálculo, pero siempre que el número de casos que haya que solucionar para resolver un problema sea limitado; por ello es necesario trabajar con hipótesis adicionales, derivadas del análisis de los procedimientos utilizados en la determinación de los parámetros y usar un procedimiento ordenado, jerárquico, que será tanto más eficaz cuanto más pueda conseguir que las variaciones de resultados, finales o parciales, se muevan en un ámbito más estrecho.

Para ello es preciso analizar el campo de variación de las distintas variables y sus desviaciones dentro del margen lógico, no en un marco cualquiera.

Siempre existen casos poco usuales, con condicionamientos propios poco comunes, pero incluso estos casos podrán resolverse de forma más o menos satisfactoria, en función de que el marco de posibilidades sea lo suficientemente amplio para contemplar soluciones apropiadas.

El proceso de diseño de una estructura porticada es un problema con frecuente retroalimentación, en cuyo caso la resolución de una parte lleva consigo la reconsideración de las anteriores; por esta razón es fundamental plantear los problemas de forma estable, o buscar las partes estables del planteamiento.

Para establecer una estrategia del diseño de estructuras es necesario observar las características esenciales de las variables propias que aparecen. Las decisiones del diseño son múltiples, se deciden muchas variables que están interrelacionadas en orden discrecional; y se termina el proceso con el cálculo de las que quedan con criterios estrictos, de mínimo estructural, que sólo se utiliza para el último de los eslabones del proceso.

Si el orden de decisiones no ha sido correcto, el sistema así considerado queda invalidado. Por ejemplo, el cálculo de una viga de acero, realizado en función de obtener la que tiene menos peso —dentro de una serie de perfiles—, no es correcto si la serie de perfiles ha sido inadecuadamente elegida. Es necesario ordenar el procedimiento.

En principio puede parecer que en las estructuras porticadas existe un enorme número de variables, y es cierto que los elementos que intervienen son muy numerosos, pero muchas de las combinaciones de estas variables producen resultados semejantes y no todas las combinaciones tienen la misma trascendencia; si se eliminan las combinaciones ilógicas o absurdas y las que no producen resultados, por inferirse otros procesos posteriores que llevan a caminos sin salida o divergen-

tes, únicamente se necesita resolver las posibles o convergentes y, dentro de ellas, las que produzcan resultados diferentes.

La eliminación de las fuentes de caos se hace a través del filtrado de variables que no interesan<sup>20</sup> en lugar de utilizar relaciones entre variables de tipo caótico que no admiten modelización, se utilizan las relaciones estables existentes<sup>21</sup> y, como se trata de analizar el resultado de la primera derivada entre dos variables, es fundamental que la función y su derivada, aun siendo suficientemente representativos del fenómeno, sean lo más simples posible.

En los ejemplos de estructuras de ménsulas de barras trianguladas, resueltos anteriormente en el epígrafe acerca del comportamiento caótico por el método de Cremona y Williot Mohr, el conocimiento del esfuerzo en las barras de los apoyos —barras números 1, 2 y 3— que, por otro lado, tienen el valor máximo en su tipo, viene determinado —en la resolución por el método de Cremona— por el análisis previo del equilibrio de otros nudos; el proceso se inicia a partir del equilibrio en el nudo del extremo del voladizo —número 6— y sólo a través de la resolución de todos los anteriores se obtiene el requerido, por lo que la acumulación de errores crecería linealmente en función del número de resoluciones.

El mismo problema puede ser resuelto con consideraciones de equilibrio global; cortando la estructura en el nudo pertinente y equilibrando parcialmente, se determina el esfuerzo en la barra que interesa y en cualquier orden. La determinación a origen es posible en este caso. Se reducen los errores si se puede realizar un cálculo directo. Dicho de otra forma, en este cálculo directo se escantilla la resolución del problema, eliminando lo innecesario y, utilizando con independencia las variables básicas, eliminando las innecesarias.

---

<sup>20</sup>. En jerga se utiliza una expresión muy ilustrativa: eliminar el ruido.

<sup>21</sup>. Igual que se utiliza la velocidad media de las moléculas de un gas en lugar de la velocidad de cada molécula.

Se trata de desacoplar variables que no intervienen y que entre sí guardan una relación caracterizada matemáticamente por ser independiente la variación de una variable con respecto a la otra:

$$\frac{\delta x_i}{\delta x_j} = 0$$

El procedimiento de filtrado elimina elementos no significativos, permitiendo saltar algunos pasos intermedios innecesarios para su determinación<sup>22</sup>.

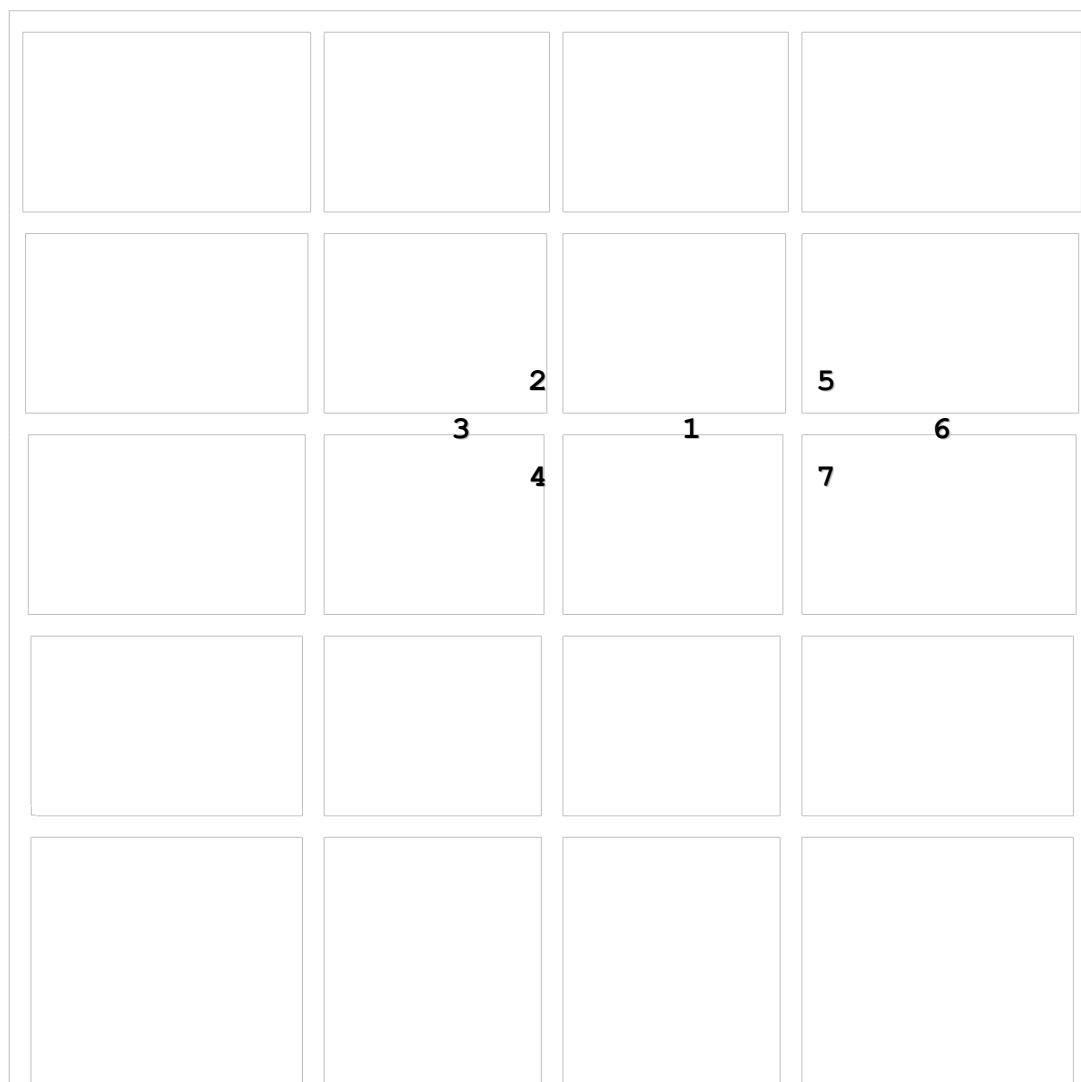
El método de Cremona pasa por resolver todos los nudos y encontrar el esfuerzo de todas las barras, lo que es correcto pero:

1. Es innecesario.
2. Es fuente de error.
3. Confunde sobre la implicación de unas variables en otras.

Otro ejemplo es la resolución matricial de un pórtico de nudos rígidos, considerando un régimen elástico, con cargas fundamentalmente gravitatorias y pilares que llegan hasta la base —como el de la Figura 11—; si se utiliza un procedimiento de análisis lineal para la determinación de las solicitaciones, aunque el momento flector en los extremos de la viga n° 1 depende potencialmente de todas las cargas, luces y rigideces de las demás barras del pórtico, en una primera aproximación depende principalmente de las cargas, luces y rigideces de las barras conectadas en cada nudo —barras n° 2, 3, 4, 5, 6 y 7—, y en menor medida de las de las barras más próximas.

---

<sup>22</sup>. Por ejemplo, algo habitual en los análisis matriciales es preguntar la rigidez de todas las barras, incluso aunque el sistema resistente sea isostático, el filtraje y eliminación de esta pregunta no alteraría el resultado.



**Figura 11. RELACIÓN SOLICITACIÓN EN UNA VIGA A ALTERACIONES EN OTRAS VIGAS**

Las alteraciones de los mismos valores de barras lejanas no influyen prácticamente en este elemento, que se manifiesta como poco sensible ante cambios para él imperceptibles.

Pero, además, importantes alteraciones de rigidez en las barras que acometen a los nudos de la barra n° 1, —barras n° 2 a 7—, varían sólo lentamente el momento que salía anteriormente.

Se puede realizar el análisis, simplifícadamente, cortando horizontalmente toda la estructura, suponiendo rótulas —secciones de momento nulo— en un punto del pilar cercano a la mitad de su altura y resolviéndola para las acciones globales correspondientes que afectan a este sector; esto significa que la rigidez de los elementos que quedan fuera tiene poca importancia en los que se están determinando.

El diseño, ya filtrado de elementos secundarios, se convierte en una correspondencia directa entre acciones globales y secciones de la estructura, permite determinar éstas a partir de las acciones, es un cálculo directo, puesto que el error en la aproximación no afecta a esta relación.

El análisis matricial necesita, para determinar el momento flector en un nudo, que se introduzcan como datos las secciones y cargas de todas las barras del pórtico, pero:

1. Es innecesario.
2. Es fuente de error.
3. Confunde sobre la implicación de unas variables en otras.

Si se puede acotar el grado o margen de variación que conlleva una decisión determinada, en el resto de decisiones por determinar se puede reducir el árbol de posibilidades en un grado importante e, incluso, conseguir que los resultados de decisiones posteriores estén de alguna forma implícitos en las decisiones previamente consideradas.

Por ejemplo en el diseño de un soporte de acero existen varias variables: carga, altura, material, control de ejecución, forma geométrica, dimensión de los lados, cantidad de acero, etc.; es por tanto un problema con muchos datos de entrada y relaciones entre todos; sin embargo, para las consideraciones de cargas y geometrías habituales, que conducen a resultados razonables, las posibilidades no son tantas y pueden representarse en una gama reducida, siempre que se relacionen las variables más significativas, que son las que con su valor

hacen que se modifiquen de forma importante los valores de las otras variables. Por ejemplo para el caso citado, la variable más importante es la esbeltez geométrica, cuyo valor es la relación entre altura —luz de pandeo— y radio de giro, y de su decisión depende el rango de variabilidad de las que falten por decidir. Desarrollando más el problema, se puede deducir que la estabilidad o la penalización por pandeo depende fundamentalmente de la relación entre el cuadrado de la luz de pandeo y la carga:  $L^2/Q$ .

Al considerar el orden de decisiones se desenreda el problema, se filtran las variables que en cada paso son las que hay que considerar, se desacoplan y acoplan las significativas: el procedimiento se reordena.

El análisis del análisis pasa por determinar la variación de un valor con respecto a otro.

La determinación de  $X = f(Y)$  es objeto del análisis.

La determinación de  $\delta X / \delta Y$  es el objetivo del procedimiento de diseño.



### 1.12. ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN

Las distintas variables que intervienen en el proceso de diseño tienen caracteres muy diferentes, unas caen dentro de lo puramente estructural, otras más ambiguas se pueden encasillar en parámetros más globales como: funcionalidad, simplicidad, estética, coherencia interna, etc.

La resolución de las relaciones existentes entre variables, representa un problema de tipo cíclico con dimensión múltiple, con tomas de decisiones en forma de paquetes de datos, en las que se incluyen elementos pertenecientes a distintas etapas del proceso.

La importancia de los elementos que entran en el cálculo es muy desigual. Todos participan en el resultado final, pero no de la misma manera.

Puede haber parámetros de entrada determinados por el propio problema —datos— que condicionan todo el proceso en función de su valor, situándolo alrededor de una u otra solución determinada, creando atractores puntuales de tipo múltiple.

En el ejemplo anterior de un pórtico de nudos rígidos, con carga fundamentalmente vertical y pilares que llegan hasta la base, el análisis lineal —elástico— para la determinación de las solicitaciones muestra que el momento flector en el extremo de una viga depende de la carga, luz y rigideces de las barras conectadas en ese nudo y de los de las restantes barras en proporción rápidamente decreciente, función de su proximidad.

Incluso las alteraciones de rigidez en las barras del nudo varían sólo lentamente el valor de la solicitación de momento flector.

La compresión para un soporte del mismo pórtico opera con otro rango, sus valores se mueven también lentamente; depende

de su altura y de las cargas situadas por encima, poco de las barras de los lados y casi nada de las que están por debajo; y ese valor sólo se ve alterado por la diferencia del momento de empotramiento existente entre los extremos  $-\Delta M/L-$  de las vigas que le acometen, cantidad muy pequeña en proporción a la compresión total<sup>23</sup>.

El elemento determinante es el número de plantas que gravitan sobre él —su posición dentro de la altura total—.

Si se incluyen en el proceso de cálculo hipótesis más parecidas al comportamiento real, éste ya no es elástico y el número de variables se amplía notablemente:

Hay que tener en cuenta la rigidez real que depende del armado correspondiente, de la cuantía y de la disposición de las armaduras; esto hay que considerarlo a lo largo de la barra y, por lo tanto, es variable en las distintas secciones.

La rigidez depende también de la situación de fisuración y ésta, a su vez, depende de la entrada de la carga y, por tanto, de la variable tiempo: hay que analizar la trayectoria de carga.

Por otro lado, hay que considerar la rigidez variable de cada barra con el armado correspondiente en cada sección<sup>24</sup>.

El número de consideraciones que hay que hacer, aun considerando ciertas simplificaciones o patrones de que no se dispone por el momento, sería el producto de las posibilidades correspondientes en cada nivel: el número de hipótesis de carga, el número de historias de carga y el número de secciones por barra.

Como se necesita decidir previamente el armado para entrar en esta fase, hay que repetir todo el ciclo las veces ne-

---

<sup>23</sup>. La máxima desviación no supera el 15% en los casos usuales.

<sup>24</sup>. La esencia del problema es que la deformación no es proporcional a la carga, si existen varias hipótesis de carga no se puede realizar un análisis independiente para cada tipo de carga y sumar después los resultados; hay que plantear y resolver las hipótesis completas por separado, multiplicando la dificultad de resolución.

cesarias, pues el análisis sólo indica si el diseño es inseguro o no lo es, y no se puede sacar otro tipo de conclusiones; si el diseño resulta insuficiente o demasiado holgado hay que modificarlo y no existe una estrategia de correcciones a partir del análisis precedente, no se sabe si el proceso converge con rapidez y ni siquiera si es estable<sup>XIX</sup>.

En conclusión, el proceso puede resultar del orden de varios miles de veces más complejo que el análisis lineal.

La particularidad de considerar un proceso de diseño por análisis no lineal es de tipo cualitativo, siempre se puede abordar un volumen muy superior de operaciones con los medios adecuados, pero lo que no se sabe es si la formalización más afinada que ahora se obtiene del proceso es o no caótica en sí misma<sup>25</sup>; en un modelo del proceso de tipo caótico no serviría para nada el alcanzar laboriosamente una solución, es necesario considerar posibles modificaciones de detalle en los valores de las entradas, sin que esto suponga alteraciones importantes y de valor desconocido. Lo verdaderamente útil del análisis no lineal es encontrar los márgenes de convergencia que encierran las soluciones autocongruentes —en las que el armado corresponde con la solicitud—.

Hay que señalar que, tanto en el análisis lineal —elástico— como en el no lineal, las variables iniciales y los valores buscados son los mismos, los parámetros tienen, en rasgos generales, la misma sensibilidad a la variación de otros: por ejemplo, las barras próximas para  $M$ , los elementos existentes sobre la vertical para  $N$ .

Se pueden utilizar herramientas para el diseño de la estructura a partir del uso de análisis no lineal, obteniendo mediante su utilización sistemática las relaciones de primer

---

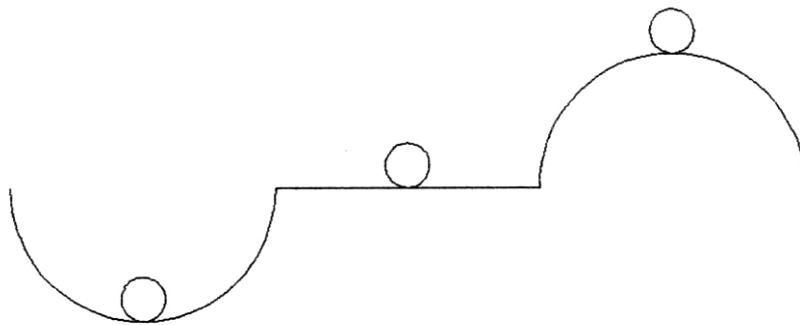
<sup>25</sup>. El modelo tiene rasgos caóticos si los valores de los resultados tienen un orden impredecible, al modificar los parámetros de entrada.

orden que guardan las distintas variables que intervienen, para aplicarlas en las tomas de decisiones del diseño.

Para poder utilizar una determinada herramienta en el diseño de estructuras es preciso que el orden de variación de los resultados sea del mismo orden de variación que los valores de los datos de entrada; en caso contrario la herramienta no es utilizable. Por otro lado, si el orden de resultados es muy inferior, no se necesitan herramientas sofisticadas, ni hacer interesar todos los aspectos, variables y solicitudes.

Si se pueden relacionar analíticamente, mediante ecuaciones, los datos de entrada de la estructura con los datos de salida, las derivadas sucesivas de los datos de salida en relación con los de entrada tienen que tender a cero —como resultado de la estabilidad de la solución—.

En una representación clásica, como la de la Figura 12, que representa el equilibrio físico, caben tres posibilidades:



**Figura 12. SISTEMA ESTABLE, INDIFERENTE Y CAÓTICO**

El sistema estable representa la estabilidad con independencia de la posición de la bola, puesto que, aun variando o no conociendo la posición de ésta, se puede determinar la solución final.

El sistema inestable es un sistema caótico, la menor variación inicial desde la vertical provoca la caída. También se puede conocer el final: la bola cae, pero, sin conocer el tipo de diferencia o error cometido en la colocación inicial, ni siquiera se sabe en qué dirección caerá la bola.

El caso de equilibrio indiferente es comparable a procesos en los que las variables que intervienen no tienen interferencias entre sí, no están ligadas.

### 1.13. JERARQUIZACIÓN DE LAS VARIABLES

La ordenación y jerarquización de las variables es importante y necesaria, ya que la resolución de las ecuaciones sin discusión previa puede conducir a un planteamiento falso.

Por ejemplo, el cálculo de la armadura de una viga rectangular de hormigón armado en función de la sollicitación de momento flector se puede determinar, en el modelo de comportamiento rectangular del hormigón, con la ecuación siguiente:

$$U = 0,85 f_{cd} b d \left[ 1 - \sqrt{1 - 2M_d / 0,85 f_{cd} b d^2} \right]$$

$U$  = capacidad mecánica del acero  $U = A_s f_{yd}$

$f_{cd}$  = resistencia de cálculo del hormigón

$b$  = ancho de la sección

$d$  = canto mecánico de la sección.  $d = h - h'$  (canto total menos recubrimiento)

$M_d$  = momento solicitante de cálculo

Si sólo se conoce la sollicitación, las incógnitas son cuatro: la resistencia del hormigón, la capacidad mecánica del acero  $U$ , el ancho de la sección  $b$  y el canto mecánico  $d$ .

Para valores variables de todos los parámetros no es posible establecer una solución general que sirva para diseñar la viga. Sólo si se fijan los valores de la resistencia, el ancho y el canto, se puede determinar la armadura para cada valor de momento solicitante.

Si se fijan dos de ellas, se puede determinar la otra sólo si se adopta una consideración adicional, por ejemplo la que suponga menos hormigón.

La ecuación permite deducir el armado en función del momento; pero, al existir varias variables, no queda clara la relación ni preponderancia interna que existe entre ellas.

El valor del ancho de la sección y el valor de la capacidad resistente del hormigón intervienen en la ecuación anterior dentro y fuera de la raíz, por lo que su influencia en el resultado no es clara, así planteada.

Se puede hacer el desarrollo en serie de potencias de la expresión anterior<sup>xx</sup>, resultando<sup>26</sup>:

$$Af_{yd} = \frac{M_d}{d} + \frac{M_d}{2d} \frac{M_d}{0,85f_{cd}bd^2} + \frac{M_d}{2d} \frac{M_d^2}{(0,85f_{cd}bd^2)^2} + \dots$$

El primer término del desarrollo supone el 85% del valor total, el segundo menos de un 10% del primero, el tercero un 20% del segundo; los dos primeros sumados representan el 95% del total.

Para valores de  $0 < M_d < 0,30f_{cd}bd^2$  se puede obtener una aproximación lineal más precisa con:

$$Af_{yd} = M_d / (0,85d)$$

Los errores cometidos con la aproximación lineal son aproximadamente de un 7%.

A través de las relaciones definidas se deduce que el valor de la armadura depende principalmente del canto y, sólo de forma secundaria, del ancho y de la resistencia del hormigón.

Para reordenar el problema que se intenta resolver y poder calcularlo, se necesita establecer la jerarquía interna que existe entre las variables que intervienen; hay que determinar cuáles son más importantes en la variación de las otras,

---

<sup>26</sup>. En el Capítulo 3, -EL CALCULO DE LA FLEXION-, se precisa el desarrollo del proceso con mayor detalle.

cuáles se ven afectadas con facilidad y son poco estables y cuáles son indiferentes.

Por tanto, se puede establecer que las comparaciones de variabilidad de los resultados, para las relaciones existentes, definen el grado de jerarquización entre las variables.



#### 1.14. POTENCIA DE LA VARIABLE. SENSIBILIDAD

En el proceso de diseño existen muchas variables y múltiples relaciones. La importancia de cada variable en el conjunto de todas ellas se puede entender a través de algo que se puede llamar *potencia* de la variable, y que se explica a continuación.

En el ámbito general de relaciones entre los distintos parámetros, la alteración del valor de uno puede provocar alteraciones en el valor del resto, alteraciones que provocan a su vez nuevas alteraciones y así sucesivamente; una pequeña variación en la toma de una decisión puede actuar con un efecto multiplicador alterando todo el proceso; también se puede ver afectado el valor de la propia variable, como ocurre en todos los procesos iterativos, en los que los valores se van ajustando en cada vuelta con diferencias cada vez más pequeñas —convergencia—, o desajustando, si los valores difieren cada vez más entre sí —divergencia—.

Este efecto es resultado del potencial de la variable. El valor del potencial vendrá definido por el número de decisiones que la determinan y el número de datos en los que influye, sin tener en cuenta un orden cronológico de decisiones.

La potencia puede ser debida a que la variable afecte a muchos parámetros o a que afecte mucho a sólo unos pocos. No se puede hablar de valores absolutos de potencia, solamente de un valor relativo entre valores de potencia de diferentes variables.

Por otro lado, se puede definir como *sensibilidad* de una variable respecto a otra, el valor de la derivada de la primera en relación con la segunda —valor inverso de su grado de estabilidad—; es pues, un valor relativo entre variables, al igual que el valor de la potencia.

Algunas variables resultan muy sensibles a los cambios de valores de algunos parámetros, o a los valores de los datos de

entrada; la sensibilidad de estas variables es un índice de su dispersión y, en un proceso que no se plantee correctamente, ocasiona resultados de tipo caótico.

Como se puede deducir de la propia consideración de la estabilidad de un problema, las salidas de éste no pueden ser muy sensibles a los valores de entrada y las oscilaciones de las entradas tienen que amortiguarse en los valores de las salidas.

La sensibilidad es un atributo del valor numérico que adopta una variable; sin embargo, en los planteamientos en los que no aparecen salidas numéricas sino que las diferencias entre los elementos resultantes como salidas son cualitativas, no se plantea la solución como un asunto de sensibilidad de la variable resultado del diseño, en este caso existen distintas posibilidades que suponen soluciones cualitativamente distintas y que se corresponden con las condiciones del problema.

Por ejemplo, esto ocurre en la decisión de un material estructural —como la elección entre hormigón o acero—, la cual puede tener mucha potencia una vez realizada; la propia elección dependerá de las consideraciones que operen en su nivel de decisión —que lógicamente contemplan el desarrollo de las posibilidades posteriores—. En este caso no se utiliza el término de sensibilidad, sino que se establece la certeza más o menos firme de la relación entre parámetros del problema y materiales elegidos.

Lo razonable, en el proceso de determinación de diferentes variables, será determinar primero las que tienen menor sensibilidad y, a continuación, las que tienen mayor potencia, con el fin de limitar más rápidamente las posibles vinculaciones del sistema.

Existe una relación entre la sensibilidad y el lugar ocupado por una variable en la cadena de decisiones; sin considerar la potencia, las variables más estables, deben decidirse antes, si es posible.

En los casos en que una variable influye en muchas —gran valor potencial—, pero también su propio valor puede alterarse fuertemente, se dice que tiene un alto valor potencial y una sensibilidad alta. Si se asegura su estabilidad, se puede utilizar su potencia para decidir otros valores.

Así, por ejemplo, el uso del edificio, la esbeltez de un elemento en flexión, o el brazo de palanca, tienen un orden elevado de potencia en la determinación de otros parámetros; sus propios valores pueden ser muy sensibles a otras decisiones, como el cambio de uso, la limitación de canto o el coste de los materiales, por lo que hay que resolver previamente esos aspectos.

El análisis de la potencia se basaría, como el de la linealidad o el de jerarquización, en la determinación de la variabilidad de cada dato en relación con otro cualquiera de entre los demás, la cual tendría una expresión matemática definida por:

$$\frac{\partial x_i}{\partial x_j \alpha \beta \gamma}$$

El objetivo final del diseño es la estructura óptima o estricta que resuelve el problema planteado; para relacionar soluciones resueltas con el mismo material e igual complejidad, basta con calcular el volumen utilizado; si los materiales son diferentes o la complejidad merece valorarse, se necesitan unidades de equivalencia entre ellos.

### 1.15. ¿CUANTO CUESTA RESISTIR?

El objetivo del diseño estructural es obtener una forma estructural que resuelva el problema planteado, con todos sus condicionantes de estabilidad, resistencia, deformabilidad limitada, etc.; encontrar alguna estructura que cumpla esos requisitos puede parecer trivial, pues muchos casos basta con colocar holgadamente elementos resistentes con algo de sentido común, para no tener que seguir calculando.

La necesidad de afinar el proceso, la proporciona el hecho de que los medios estructurales son limitados y hay que utilizarlos en la medida en que se necesiten, disponiéndolos en la cantidad estricta: no menos de lo necesario y no más de lo suficiente.

Si se diseña una viga de acero laminado con un perfil de la serie IPE, el cálculo estricto es el que determina el menor perfil de la serie que satisfaga los requisitos impuestos. El mejor perfil será el más pequeño.

El planteamiento del problema es diferente si se establece entre varias series de perfiles, en este caso, el mejor perfil, el más estricto, es el que menos peso tiene; así, los perfiles de la serie HEB no son la respuesta al cálculo de sección a flexión, pues la serie IPE, que es más grande en tamaño, comparativamente resulta mejor por tener menos peso. Como la eficacia depende de la relación entre el canto y el peso, el más eficaz es también el que tiene mayor canto para igual peso o, lo que es lo mismo, el que tiene mayor canto para igual módulo resistente.

Si nuevamente se plantea el problema, pero en esta ocasión se puede elegir entre soluciones diferentes, como alma llena, celosía, perfil alveolado..., el peso no sirve ahora como indicador, hay que utilizar un coeficiente de equivalencia entre unidades diferentes. Una viga en celosía puede resultar más ligera en kilos de acero, pero la elaboración de la viga puede ser tan importante como el material utilizado; el

método de comparación más inmediato es traducir los distintos términos que se comparan a costos de mercado.

Se puede utilizar, en términos absolutos, el valor del coste de la unidad de peso del material, pero también se puede relacionar con el coste de una unidad básica, pues este último valor proporciona una visión más clara en la comparación, al operar como coeficiente sobre el valor básico, y una menor variabilidad temporal; la manipulación de un material para conformar una pieza puede medirse, a su vez, mediante un coeficiente del mismo tipo<sup>27</sup>.

Por ejemplo, para el caso de una sección de hormigón armado, el cálculo estricto tiene que considerar todos los componentes que intervienen, como el hormigón —cantidad, forma y calidad—, el acero —cuantía, disposición y calidad—, etc. Por otro lado, la sección estricta en una viga de hormigón no puede ser la que tenga un armado óptimo en relación con la sección de hormigón, cuando esto suponga un control de ejecución desproporcionado. Hay que utilizar el coeficiente de equivalencia del coste de ejecución para determinar correctamente el óptimo.

Si se comparan dos soluciones diferentes, como viga de acero IPE y viga de hormigón, la solución estricta vuelve a ser la menor en coste final; en general, dentro de este planteamiento, la sección IPE casi nunca será el resultado del cálculo para un problema de flexión en edificación.

Su campo de utilización existe debido a que los parámetros que intervienen en la decisión son más amplios. Por ejemplo, un proceso de cálculo que no contemple inicialmente el peso propio de la estructura, en los casos en que éste sea un valor potencial importante, obliga a reconsiderar el resultado si la modificación de la carga se traduce en necesidad de más canto y por lo tanto de más peso...; aunque se encuentre la convergencia del problema, la solución puede resultar más competitiva en acero.

---

<sup>27</sup>. Operación habitual en el mundo de la construcción.

El valor económico de la estructura resulta un índice del resultado del proceso de cálculo, es necesario que se consideren correctamente todos los componentes implicados: el volumen de materiales, los medios de realización, las dificultades constructivas, la repetición de elementos y la tecnología requerida.

En ocasiones, una parte importante del esfuerzo para realizar una estructura es el propio proceso de cálculo, que pasa a ser objeto del propio cálculo. Sucede con cierta frecuencia en edificación, que lo que ahorra el cálculo es inferior a lo que cuesta éste, y a veces la mejor solución es la que menos cálculo necesita o la que mejor estrategia tiene.

Para medir la cantidad de estructura se utiliza el término de *Trabajo Estructural*<sup>XXI</sup>. Una solución estructural se puede identificar por su esquema de trabajo, y éste, por los recorridos de las fuerzas que traslada. Si se sustituyen los elementos de tensión en cada sección de un elemento por la resultante tensional, aplicada en su centro de gravedad, se simplifica el esquema; esto es bastante exacto en el traslado de cargas a tracción y compresión, y suficientemente aproximado para el traslado por flexión, ya que las tensiones debidas a los pares de tracción-compresión están bastante concentradas y se pueden sustituir por sus resultantes a una distancia igual al brazo de palanca de la sección.

Por tanto, se puede identificar un esquema estructural por la suma de los productos de fuerzas y recorridos, y su valor es:

$$\int Fds$$

Esta es la expresión del trabajo estructural, que resulta de integrar el producto de las solicitaciones por las distancias recorridas.

Si se supone un material único para una estructura, con una tensión de servicio  $\sigma$ , se necesita una sección  $A$  para cada valor de  $F$ .

$$A = F / \sigma$$

Como el volumen de la estructura es el producto de sección por longitud, y si se conoce el material que se va a utilizar, basta dividir el trabajo estructural por la tensión del material para conocer el volumen estructural para ese material dado.

$$\int A ds = \frac{\int F ds}{\sigma}$$

Se define el coste específico estructural de un material como el valor de lo que cuesta trasladar una tonelada una distancia de un metro mediante ese material<sup>XXI</sup>.

El coste estructural total se encuentra multiplicando el coste específico del material utilizado (*CEE*) por el trabajo estructural y por los factores de penalización que acompañen a la solución.

También se puede referir el coste a una unidad de medida única como, por ejemplo, el coste específico estructural del acero laminado, lo cual permite una comparación rápida entre materiales diferentes.

Según el principio enunciado por Maxwell en 1890<sup>XXII</sup>, la diferencia entre las cantidades totales de estructura comprimida y traccionada es constante para un problema dado, por lo que la estructura que menos volumen consume será la que resuelva el problema sólo por compresiones o sólo por tracciones; si esto no es posible, lo será la que presente un mínimo de uno de estos tipos de sollicitación, pues también tendrá un mínimo del otro.

Para utilizar esta regla con distintos materiales, hay que hacer que los volúmenes estructurales sean afectados por sus correspondientes costes específicos, ya que el menor con-

sumo de volumen estructural puede no significar una solución estricta y menor coste, porque al utilizar diferentes materiales para resolver las tracciones y las compresiones ya no exista una relación directa entre consumo y coste, o porque la solución pueda ser tan compleja que el *CEE* del material sea muy alto.

En los epígrafes anteriores se han analizado los elementos que intervienen en el proceso de diseño: las estrategias de resolución, el tipo de variables, las formas de obtener relaciones sencillas entre ellas, las características de las relaciones estables y caóticas, las cualidades jerárquicas existentes —potencia y sensibilidad— y la esencia del óptimo estructural. Finalmente, se reconsideran las dos formas básicas del procedimiento de diseño: cálculo y análisis.



### 1.16. EL DISEÑO MEDIANTE EL CÁLCULO

Los cálculos de una estructura son los procedimientos que llevan a la determinación de las formas estructurales, consideradas en su totalidad, esto es, la forma global, la definición de elementos y la composición o materiales de cada uno de estos elementos.

La característica específica del cálculo es el hecho de que su objetivo es definir los elementos estructurales, sin contar con su conocimiento inicial como hipótesis previa.

En sentido estricto, el cálculo existe sólo cuando la función de la variable que se calcula es despejable —cálculo directo—.

En otros casos la variable no es despejable pero se puede realizar el cálculo de forma indirecta. Cuando el margen de resultados válidos está limitado —lo que resulta muy frecuente en estructuras de pisos—, se pueden simplificar las ecuaciones que determinan el problema, filtrando las variables que no intervienen de forma significativa en el proceso. Mediante precálculos y aproximaciones, o limitando el margen de validez de la solución, es posible obtener condiciones simplificadas, lo que puede permitir una resolución de la relación con un error aceptable; el procedimiento requiere que el margen de validez del resultado cubra el margen de error de las aproximaciones introducidas, lo que conduce a una estimación continua del error máximo cometido.

En los problemas resolubles con cálculo en sentido estricto, que se pueden llamar elementales, a partir de los requisitos de partida se pueden determinar los resultados; por ejemplo, en el cálculo de la sección de una barra metálica a tracción, sin conocer nada acerca del elemento resistente, se pueden deducir datos directamente a partir de los parámetros del problema.

En la mayor parte de los procedimientos habituales es preciso conocer a priori algunos aspectos de la solución antes de empezar a plantearlos, por ejemplo, en el mismo caso anterior, si la sollicitación es a compresión, se debe definir la geometría de la barra antes de poder resolver el problema de cuánta sección se necesita.

En este caso hay dos estrategias:

1. Se escoge una pieza y se comprueba; se hacen varios intentos probando una pieza tras otra hasta que satisface —diseño mediante el análisis—.

2. Se parte del conocimiento de que el área buscada es función de la carga  $N$  y del coeficiente de pandeo  $\omega$ :

$$A = A(N, \omega)$$

A su vez  $\omega$  es función de la longitud de pandeo y del radio de giro:

$$\omega = \omega(L, i)$$

Y, finalmente, el radio de giro  $i$  es función del área para cada serie de perfiles:

$$i = i(A)$$

Por lo que el área buscada será función de la carga, la longitud y la propia área:

$$A = A(N, L, A)$$

Estas funciones no se pueden definir con ecuaciones simples, debido a los saltos discretos en los valores de las áreas y radios de giro en las series de perfiles.

Sin embargo, se pueden determinar de forma aproximada las relaciones de primer orden existentes entre las variables,

simplificando así la función buscada; para ello el error cometido en la simplificación de la función debe ser de orden inferior a la variación de resultados —*resultado insensible al error*—.

Para realizar la simplificación es necesario averiguar cómo influye cada variable —su potencia— en el resultado, y la sensibilidad de cada una a la modificación de las otras considerando el marco de valores posibles en que se mueven realmente; a partir de estas consideraciones se obtienen ecuaciones adicionales que permiten despejar la variable que interese. Esto supone una traducción o programación del problema —*diseño mediante el cálculo*—.

La ventaja de esta transformación del problema es que permite determinar directamente el perfil, pues las ecuaciones incluyen ya las características de la sección.

El cambio de estrategia desenreda el problema que, planteado desde el punto de vista exclusivo del análisis, no permitiría separar lo principal de lo secundario.

El diseño se puede resolver calculando con los datos del problema; no es necesario comprobar un perfil tras otro, analizando su comportamiento.

Es preciso señalar nuevamente el rango de limitación que tiene el proceso, debido a las simplificaciones consideradas; sólo será posible llevarlo a la práctica en los casos acotados de resolución, en los que las diferencias en los detalles de los valores que intervienen no son significativas, nunca en los procesos con gran dispersión de valores o de tipo caótico.

Con anterioridad al cálculo en sí, paso último de la resolución, puede ser necesario aproximarse al problema mediante precálculos, o aproximaciones más someras, con el objeto de acotar el marco adecuado y posible de variación y encontrar la relación que se deba utilizar; este proceso opera como filtro para variables que no afectan al caso concreto, desacoplándolas del resultado. Una vez conocidas las variables que interesan al problema, y considerando las relaciones entre ellas, se determinan primero las variables de mayor potencia y, a partir

de ellas, las de menor, en correspondencia con la estabilidad de las funciones de relación.

### 1.17. EL DISEÑO MEDIANTE EL ANÁLISIS

El análisis es el procedimiento mediante el cual se determina el comportamiento de una estructura.

Para analizar la estructura, ésta tiene que estar definida; la estructura es el dato.

La razón del análisis es el conocimiento de las condiciones de trabajo de los elementos estructurales, y se realiza para verificar la validez de éstos<sup>XXIII</sup>.

Cuando no existe un procedimiento para calcular una estructura, se puede proponer arbitrariamente una solución y analizarla; se considera la respuesta y, si no es adecuada, hay que variarla y probar de nuevo.

Para conocer si una geometría resuelve un problema se utilizan procedimientos matemáticos más o menos complejos, en los que, de acuerdo con modelos de interpretación de la realidad, la formulación se aproxima al comportamiento de la geometría en estudio.

Si se intenta resolver el diseño mediante la utilización reiterada del análisis, puede suceder que el problema no tenga solución, o que necesite un plazo excesivamente dilatado para encontrarla.

Cada vez que se inicia el ciclo hay que modificar los valores que se suponen causa de la inadecuación estructural, y sólo se cuenta para ello con la arbitrariedad de la propia decisión, pues el proceso de análisis es, en esencia, ciego y sólo da respuesta cualitativa: vale o no vale<sup>28</sup>.

Si se tiene planteado un problema de diseño y se puede resolver con un solo análisis, significa que se ha encontrado directamente la geometría de la pieza; pero posiblemente haya sido necesario establecer previamente supuestos de formas, pa-

---

<sup>28</sup>. En algunos tipos estructurales, reforzar las partes más solicitadas puede no ser la estrategia adecuada

ra validarlas con el análisis posterior y proseguir, si el resultado es satisfactorio, o para volver a iniciar el proceso con las modificaciones sugeridas por los resultados obtenidos.

La característica es que el propio proceso no sugiere los cambios, es la experiencia del especialista la que sirve para saber qué es lo que hay que cambiar. Los resultados no tienen por qué mantener una relación directa con los cambios.

La diferencia entre la determinación directa —cálculo—, y la iterativa —análisis—, consiste básicamente en que la parte de procedimiento matemático se realiza, en un caso, antes de la definición física de la estructura y, en el otro, después.

El proceso clásico parte de un diseño de acuerdo con el buen criterio y la experiencia del diseñador, quien posteriormente lo analiza para intentar validarlo y en su caso, hacer los ajustes precisos e intentarlo de nuevo.

Este sistema ha dado resultados válidos durante un período de tiempo; sin embargo, la discusión sobre la validez de los modelos utilizados en los métodos de análisis hace que se tienda a métodos cada vez más complejos —análisis no lineal, análisis por elementos finitos, etc.—, que obligan a ser más precisos en la definición del elemento que se va a estudiar; se necesitan más datos, por lo que se incrementa el número de variables que hay que determinar antes del análisis.

El procedimiento iterativo de diseño a que da lugar el análisis requiere correcciones sucesivas de los datos, modificaciones de la estructura; una vez introducidas estas modificaciones, es posible que los resultados se acerquen más a lo deseado, o se alejen.

Desde el punto de vista de la estabilidad matemática, el diseño de una estructura puede ser resuelto mediante análisis si las variaciones de los datos que se modifican son superiores a las variaciones de los resultados, lo que significa estabilidad del planteamiento. En caso contrario, si los resultados amplían las diferencias, el planteamiento tiene caracte-

rísticas caóticas, y el análisis no es una herramienta útil en el diseño; sólo puede utilizarse para conocer la validez de una solución concreta.

Aun en situación de estabilidad, el modelo analizado puede tener tal complejidad que el desarrollo de varios ciclos de análisis puede suponer un valor elevado en aportación de medios materiales debidos al propio procedimiento, lo que significaría un dato relevante: si el coste equivalente del proceso de análisis se suma al de la estructura, las soluciones muy elaboradas sólo podrían compensarse con un volumen estructural importante.

En las zonas estables las diferencias de resultados son pequeñas y la exactitud de la determinación no siempre se ve compensada con el volumen de estructura; en muchos casos el cálculo aproximado es, además de suficiente, el procedimiento óptimo.

Los elementos del análisis son herramientas que pueden resultar altamente inestables no sólo en función del problema que resuelven, sino también en función del planteamiento de éste. Por ejemplo, el condicionamiento numérico del calculador puede dar errores considerables. Así ocurre en la resolución de sistemas de ecuaciones de forma matricial, y, sobre todo, operando en las cercanías de determinante nulo —posterior división por un valor próximo a cero—. Si los resultados son los desplazamientos de la estructura, los valores son cuantitativamente pequeños, pero el proceso los amplifica al considerarlos como valores absolutos y obtener a partir de ellos las fuerzas. Si se intenta resolver la estructura por segmentos para unirlos después con objeto de trabajar con matrices más pequeñas, los errores de la primera resolución son datos para la segunda, etc., y al final es probable que las solicitaciones resultantes no equilibren las cargas.

Quizás la característica más acusada del análisis es que por su simple utilización no se puede conocer el grado de estabilidad de las soluciones, lo que, por consiguiente, impide

un control del proceso y de la manipulación correcta de las variables.

Esto no significa que los métodos elementales sean mejores que los sofisticados, sólo supone la necesidad de una actitud diferente en su utilización.

Las diferencias entre un procedimiento y otro, análisis o cálculo, dependen del problema planteado. Por ejemplo en una viga de acero doblemente apoyada, el análisis de su comportamiento en flexión es un proceso sencillo que permite diseñarla directamente:

Como

$$\frac{M_d}{W} = \sigma_s$$

y  $\sigma_s < f_s$  es la condición de resistencia,

basta con que

$$\frac{M_d}{W} \leq f_s$$

ó, lo que es lo mismo:

$$W \geq \frac{M_d}{f_s}$$

$W$  = Módulo resistente  
 $M_d$  = Momento flector de cálculo  
 $f_s$  = Resistencia

Para el cálculo directo la expresión es la misma, basta con elegir un perfil que tenga un módulo resistente al menos igual a  $M_d / f_s$ .



Sin embargo, si se tienen dos vanos de distinta longitud o carga, el análisis se complica; hay que tener en cuenta el hiperestatismo de la estructura y hay que considerar la rigidez de las piezas para conocer el giro del apoyo, además hay que determinar si existe plastificación de las secciones más solicitadas y las próximas. El resultado lógicamente, depende del perfil analizado, que puede precisar de una formulación en régimen elástico o plástico en función de su módulo resistente; la falta de linealidad complica el problema, que, no obstante, es abordable con mayor aparato matemático.

El cálculo es ahora tan sencillo como antes, el considerar la posibilidad de fase plástica sólo requiere comprobar que para cada vano el perfil tiene suficiente resistencia en el estado último de rotura —además de comprobar que podrán alcanzarse los momentos de empotramiento plásticos supuestos—.

$$W \geq \frac{M_p}{f_s}$$

Siendo  $M_p$  el momento plástico de cada vano  $—qL^2/11,65$  para el caso de carga uniforme—.

La misma expresión que se manejaba anteriormente.

Sin embargo, en términos de análisis no es riguroso plantear la expresión equivalente:

$$\frac{M_p}{W} = \sigma_s$$

El proceso de cálculo no permite obtener la tensión a que trabajan las diferentes secciones, pero resuelve el problema

del diseño: la viga es suficientemente segura y su sección es estricta.

Si lo que se requiere es una deformación acotada, el análisis permite conocer la deformación de la viga de dos vanos, para cual hay que determinar el giro de todas las secciones y sus movimientos en función de la resultante de tensión, tanto en fase elástica como en fase plástica.

Para el cálculo de la viga con el problema de deformación planteado, se puede obtener una función que previamente determine los casos en que sea necesaria la comprobación a deformación<sup>29</sup>, en función de la carga, luz y limitación de flecha. Si esta comprobación resulta necesaria, la función de cálculo que interesa en este caso es la que define la inercia requerida en función del momento y de la luz de ambos vanos.

De lo anterior se deduce que, con la utilización del análisis no lineal, los métodos de cálculo y análisis, que en muchas ocasiones estaban entremezclados, divergen en procesos bien diferentes.

En muchos casos la obtención de funciones útiles para el cálculo, en las que se ha despejado la variable requerida por el diseño, puede resultar un procedimiento prolijo que sólo se justifica con la utilización reiterada, lo que amortiza el coste del proceso; en los casos poco frecuentes, si no se ha deducido previamente esa función, se puede recurrir al análisis para verificar la pieza, lo que supone en este caso una economía de esfuerzos.

Se ha demostrado que puede y tiene que existir una estrategia de resolución para cálculo separada y distinta de las del análisis, ya que éste último se justifica por su poder discriminatorio para pronunciarse sobre una opción correcta;

---

<sup>29</sup>. La razón de esta función es ahorrar en esfuerzo de cálculo, pues en muchos casos la deformación no es significativa y puede eliminarse su consideración, —filtrar la variable—.

el tipo de análisis está en congruencia con la necesidad de discriminar y, así, para opciones muy distantes bastan herramientas rudimentarias de análisis. En edificación, la magnitud de los parámetros que intervienen, escala de las fuerzas y proporción de los elementos estructurales, no justifica métodos sofisticados y sí métodos aproximados.

El análisis se justifica por obtener con su uso estructuras más afinadas que sin él; cuando no existen posibilidades de afinar se puede detener el análisis.

Abunda la opinión de que el uso reiterado del análisis conduce a la solución del diseño, y que el estudio de éste puede no ser necesario si el problema del análisis está bien planteado. Pero el camino de obtener una estructura suficientemente segura no pasa necesariamente por el conocimiento de saber qué le pasa a la estructura, aunque utilice variantes de éste.

El cálculo parte de las formulaciones del análisis y plantea soluciones a los problemas estructurales, busca la mayor adecuación al problema, qué valores la invalidan y cuáles son independientes; busca la solución mínima necesaria, no sólo la suficiente. Mientras que el análisis es un procedimiento que valida una solución estructural, el cálculo encuentra la solución estructural de un problema.

El análisis estudia los procedimientos aplicables a las estructuras, mientras que el cálculo estudia las estructuras. Además, existe tal disparidad entre los objetivos del cálculo y del análisis, que el diseño de la estructura exige un campo de formulaciones diferentes, adecuado al objetivo.

### 1.18. EL DISEÑO DE LA ESTRUCTURA

*Ahora que se aborda la resolución de problemas no linealizados mediante el análisis no lineal, es hora de linealizar por completo el cálculo.*

El procedimiento de cálculo no ofrece generalmente respuestas exactas —excepto en el cálculo estricto o directo—, pero encuentra respuestas correctas al diseño.

Por ejemplo, la determinación del factor de pandeo posibilita el cálculo de piezas de acero a compresión, pero  $\omega$  no es más que un factor aproximado capaz de conducir a una solución válida para  $A > N\omega/f$ ; sin embargo esta relación no permite el análisis de la pieza mediante la resolución de la ecuación  $A = N\omega/f$ ; los resultados que indica esta ecuación no son valores precisos,  $\omega$  es sólo un valor aproximado dependiente de la esbeltez de la pieza, que, además, conduce a resultados demasiado conservadores para áreas mayores que las estrictas y a infravalorar el resultado para áreas menores<sup>30</sup>.

Sin embargo, el uso de la relación conduce a secciones seguras. Los resultados son sólo rigurosos para el dimensionado mínimo o estricto, pero esto es todo lo que se necesita en la práctica.

El análisis ofrece respuestas exactas pero resultados mediocres que, por lo general, no son estrictos.

La necesidad del análisis se podría justificar en afinar más el resultado o en descubrir una solución diferente. La necesidad de afinar más sólo significa un sobreabundamiento de información cuando la consecuencia es la misma —por ejemplo, conocer el tercer decimal del resultado cuando sobra el conocimiento del primero—. La consecución de una solución diferente es más interesante, pero no alcanzable con el solo uso de

---

<sup>30</sup>. Por ser el área función del factor de pandeo  $A = A(k_\Omega)$ , para valores de área superiores al requerido la seguridad crece más deprisa, así como para valores inferiores la inseguridad es mayor de lo que supone la diferencia de área.

esta herramienta; la discusión de los resultados del análisis, en cambio, sí puede sugerir herramientas de diseño, y eso es el cálculo.

En el proceso cuyo fin es la determinación completa de la estructura, la complejidad del sistema hace que, una vez alcanzado un resultado, deba evitarse que haya que reconsiderar todos los datos desde el inicio. Por tanto, las relaciones que producen los resultados que el calculista busca deben estar implícitas en los procesos iniciales, para evitar en lo posible esa vuelta atrás.

Es preciso reducir al máximo las reconsideraciones; en todo caso, se pueden establecer los ciclos desde ese punto de vista, hacerlos más cortos y que comprendan menos variables, desacoplando las innecesarias, para que la retroalimentación esté más limitada.

Jaenicke<sup>XXIV</sup> plantea un posible modelo basado en descomponer los procesos de diseño en ciclos consecutivos cortos, en los que la retroalimentación del problema se limita a unos pocos pasos; de esta forma, la resolución del diseño global se fragmenta en diseños parciales de menor contenido.

Como conclusión, el procedimiento correcto de cálculo necesita analizar primero las relaciones entre las distintas variables implicadas, con objeto de ordenar el procedimiento para determinar primero las que tengan mayor potencia.

En el sentido anteriormente definido, cuando se deduzca, de entre varias variables, cuáles tienen un valor potencial superior en relación con las otras y un valor menos sensible para determinados datos fijos de partida, se puede empezar con la determinación de las mismas y seguir en un orden potencial decreciente.

En cualquier caso, habrá posiblemente que recorrer diferentes caminos en el árbol relacional para determinar las consecuencias de cada una de las ramas, pero se irán cerrando los caminos no válidos para el caso estudiado y, mediante la sub-

división del análisis en procesos cortos, se irán aislando los grupos de variables que no supongan incidencia en variables previamente determinadas.

En realidad, se trata de autogenerar el mayor número posible de valores de entrada, que pasarían a ser datos con respecto a valores de menos potencia.

Para comprobar las influencias recíprocas de los valores de las variables se puede utilizar la sistemática de acoplarlas y desacoplarlas; el rango de valores que puede alcanzar un parámetro depende de lo que le permita el resto de parámetros de los que depende, mediante el procedimiento de considerar o no considerar la existencia de esas otras variables, o sea, el acoplamiento de unas con otras.

Análogamente al acoplamiento en un mecanismo, es posible analizar las influencias recíprocas o, como quedó anteriormente expresado, la variación de cada variable en relación con las otras. Si se consideran los parámetros que guardan entre sí relaciones estables, con frecuencia se pueden encontrar ecuaciones simplificadas que tienen una banda estrecha de desviaciones; considerando la primera derivada, o el primero de los elementos de un desarrollo en serie de potencias, se consigue una mejor visión de la relación que se analiza.

La expresión de la variación es, en otros casos, bastante compleja de definir, sobretodo cuando se intentan comparar elementos de categorías muy diferentes sobre los que hay que establecer una relación, bien de tipo analítico, o simplemente de prioridad. Si se encuentra con que se carece de un método objetivo de formulación, hay que echar mano de situaciones similares, experiencias o conocimientos medianamente fundados, con el riesgo implícito de cometer graves errores por consideraciones subjetivas, en la creencia de que lo realizado y probado, sólo por conocido, tiene mayor valor que lo no realizado.

Es un hecho probado que, ante un problema planteado, la solución que distintos individuos dan al problema, por simple que éste sea, es bastante diferente, resultado de utilizar diferentes estrategias, y también debido a no existir concordancia de criterios y a la falta de métodos generalizados y probados de cálculo en el sentido enunciado.

Si se intenta emular el trabajo de un experto, mediante sistemas de algoritmos matemáticos combinados con bases relacionales de conocimientos, o sea, realizar un sistema experto que diseñe estructuras, o al menos que diseñe "al modo de" determinada persona; o mejor, si cada experto fuera capaz de traducir sus intuiciones mentales, en el planteamiento de un caso patrón, a algo entendible por los ajenos a su sistemática, se podría saber si las diferencias estriban en diferentes criterios de cálculo, diferentes estrategias, diferentes sistemas de análisis, o a arbitrariedades personales justificadas por la propia experiencia.

Esto permitiría comparar las distintas estrategias de diseño utilizadas porque, lo que es obvio es que, de forma reconocida o no reconocida, se utilizan sistemas que limitan las entradas de datos en el problema, desechando directamente las hipótesis inválidas, ya que no es posible recorrer la totalidad de las posibilidades al resolver determinado problema por sencillo que éste sea, y muchos de los pasos se pueden realizar sin necesidad de utilizar un procedimiento iterativo y exhaustivo, aunque el caso estudiado sí que tenga ese carácter cíclico.

Esto no significa que la salida sea directa, pues es normal que haya que reconsiderar ciertos aspectos de los problemas, posiblemente más, cuanto más novedoso sea el caso; pero los ciclos se realizan en entornos cortos, no afectando a la totalidad del proceso.

Al hacer objetivos los procedimientos del diseño, se puede valorar su corrección en la jerarquía de la toma de decisiones, determinar si existe un sistema que permita calcular estructuras, o al menos algunas de ellas —los casos más sim-

ples, o más acotados en cuanto a salidas—; qué partes del conjunto total permiten ser calculadas y qué partes precisan de reconsideraciones de los datos de partida, una vez alcanzado el resultado final; si hay que recorrer varios itinerarios en paralelo para poder comparar los resultados finales o, simplemente, poder utilizar los resultados alternativamente en el caso de que persistan las razones que obligaron a considerar todas las posibilidades simultáneamente. Lógicamente, las diferencias entre resultados estarán en un entorno acotado por las decisiones anteriores debidas a las variables de mayor potencia, puesto que ésta es una propia condición operativa de todo el proceso.



## 2. PARÁMETROS GLOBALES

### 2.1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo plantea el desarrollo de un esquema de trabajo, que sirve como ejemplo de aplicación de lo expuesto, en el capítulo anterior a las fases iniciales del proceso, situación que se caracteriza por unas relaciones poco parametrizables y difíciles de precisar. Se analizan algunos parámetros globales, siempre dentro del esquema del diseño de estructuras porticadas de pisos. En el capítulo 3 se desarrollan planteamientos de cálculo aplicados a las últimas fases de determinación de elementos estructurales.

En las primeras fases de definición de la estructura los parámetros son difusos, su determinación es poco concreta y las relaciones internas difíciles de codificar; sin embargo, es preciso abordarlas desde el principio con el fin de lograr, mediante su análisis, un procedimiento estable, pues una característica fundamental es que tienen unos valores potenciales mayores que los correspondientes a fases posteriores.

La división del procedimiento en fases de decisión establece una distribución de parámetros, situando en un nivel anterior aquellas decisiones que se pueden tomar en dicho nivel y que mantienen cierta independencia de las que se encuentran en un nivel posterior; esto se hace con el fin de limitar el tamaño de los posibles ciclos y reconsideraciones al origen.

Siguiendo la táctica de dejar como variable sólo uno de los parámetros y, en función de la modificación de valor de éste, analizar la variación de la solución, se obtiene el índice relativo de la potencia que cada variable tiene en el proceso.

Uno de los parámetros de mayor potencia es el tamaño de la estructura, como han demostrado los estudios realizados por

Ricardo Aroca, Jaime Cervera y Santiago Huerta<sup>xxv</sup>. Se demuestra más adelante que existen relaciones de primer orden entre el crecimiento del tamaño de la estructura y la variación de los valores de los parámetros fundamentales del diseño. El tamaño de la estructura resulta, por tanto, una variable de elevado valor potencial, ya que afecta, en mayor medida que otras, al resto de decisiones.

En segundo lugar en importancia se consideran los siguientes aspectos: uso del edificio, altura total, distancias entre apoyos, medios disponibles de ejecución y criterios de tipo formal que se impongan al diseño.

Este capítulo analiza algunos de los parámetros enunciados, para definir el tipo de relación y la potencia que tienen, comparados con los del resto de variables que el diseño tiene que definir.

Las decisiones que se han de considerar en los niveles iniciales deben relacionarse con parámetros de mayor potencia y de menor sensibilidad que los subsiguientes. Pero la división no es tajante, variables de este nivel también manifiestan sensibilidad ante otras aún no decididas y que pueden obligar a la reconsideración de un ciclo prematuramente cerrado; en este caso el procedimiento de cálculo no resulta directo.

Por otro lado, cada combinación genera diferentes tipos de relaciones y conduce a asociaciones propias y diferentes de las que corresponden a otra combinación.

Por ejemplo, si la distancia entre apoyos es un dato del problema y por tanto no admite modificación, para cada criterio formal establecido<sup>31</sup> los materiales y la tipología estructural quedan determinados en orden a su mayor o menor adecuación, la cual se puede medir en términos de equivalencia, como la cantidad necesaria de estructura que resuelve el problema, o el coste estructural en caso de materiales de diferente cos-

---

<sup>31</sup>. Por ejemplo, que el canto de vigas esté fijado o que el tamaño máximo de los pilares esté limitado en alguna dirección.

te. A partir de la decisión inicial, en un grado subsiguiente pueden quedar también determinadas la geometría de los elementos y las cuantías de armado. Si el material es dato y la luz optativa, para cada criterio formal impuesto se pueden obtener la tipología óptima y la mejor distancia de separación entre apoyos, así como el factor de incremento de coste por desviación con respecto al óptimo para luces diferentes de las óptimas, lo que permite una decisión responsable. En cada situación, las relaciones son distintas y se establecen basándose en los datos e incógnitas existentes.

Cuando la estabilidad de una variable sea clara, se puede considerar un camino único a partir de esa variable; pero cuando una variable presenta varias posibilidades que determinan diferentes relaciones de asociación con otras —diferencias de orden cualitativo, no cuantitativo—, hay que considerar varios puntos de partida y recorrer con itinerarios paralelos las alternativas posibles<sup>32</sup>. Esto es debido a las características intrínsecas de los problemas de diseño y a su difícil o casi imposible tipificación.

Aun considerando varios recorridos, es preciso analizar primero las relaciones entre parámetros globales, aislándolos y considerándolos independientemente de los demás, con objeto de alcanzar criterios de diseño utilizables en cada situación problema.

---

<sup>32</sup>. Como, por ejemplo, cuando se comparan soluciones que permiten modificación del material, de luces o diferentes resultados formales, que llevan a relaciones cualitativamente distintas para cada grupo de elementos decididos y que no son comparables directamente. Así, la decisión de canto libre tiene un desarrollo diferente de la de canto limitado y el mayor coste de la segunda no se puede medir en unidades coherentes con las ventajas formales de la primera.

## 2.2 EL TAMAÑO DEL PROBLEMA ESTRUCTURAL<sup>33</sup>

El análisis de elementos de la naturaleza desde el punto de vista de sus estructuras resistentes ha servido como punto de partida para el estudio de la incidencia que los cambios de escala tienen sobre las estructuras resistentes de los objetos.

Fue Galileo en 1688 quien realizó las primeras críticas documentadas sobre el uso de las reglas de la proporción —herramienta utilizada en los diseños de las obras civiles hasta el siglo XVIII—, bajo las cuales se diseñaban los elementos resistentes siguiendo criterios geométricos; su análisis evidenciaba que el tamaño determinaba las diferentes proporciones encontradas en la forma de estructuras de análoga función<sup>XXVI</sup>.

Existen relaciones determinadas entre el tamaño del elemento analizado y la forma geométrica global de sus elementos resistentes. Se puede fundamentar la distinta forma estructural que tienen objetos de tamaños muy diferentes, analizando la variación de las variables pertinentes.

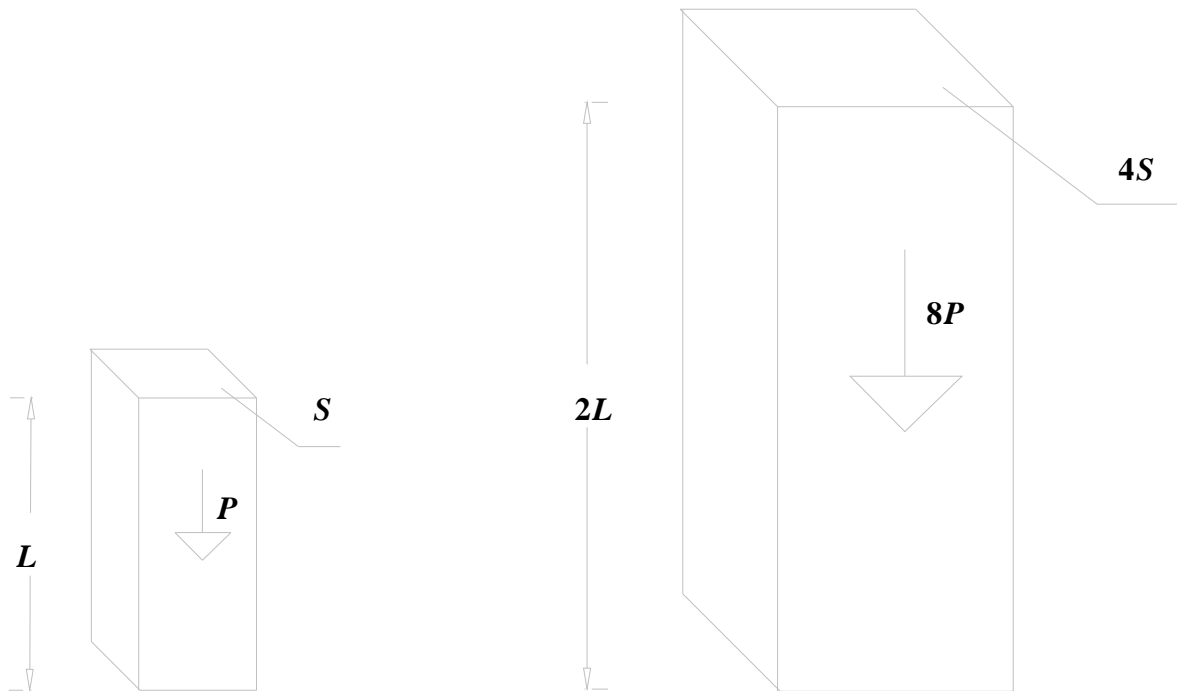
El incremento de tamaño se puede entender como una expansión de igual magnitud en tres ejes coordenados ortogonales, cuyos valores crecen con la misma ley —a la misma "velocidad"—; si se trata de un problema estructural superficial o lineal, la modificación existe sólo en los correspondientes ejes coordenados —uno o dos, según el caso—.

El crecimiento de las cargas no tiene por qué seguir la misma ley que el crecimiento de las resistencias; así, los incrementos de volumen y, por tanto, de peso propio de la estructura de la 1, son mayores que los incrementos de las secciones horizontales que tienen que resistir dicho peso, las cuales crecen a la misma velocidad, pero superficialmente, por

---

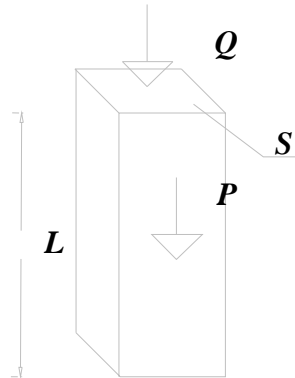
<sup>33</sup>. Este tema se basa en los desarrollos realizados por Ricardo Aroca y Jaime Cervera en el Curso de Doctorado: Geometría y Proporción en el Diseño de Estructuras, E.T.S. Arquitectura, Madrid, 1988; y por Ignacio Jaenicke y Santiago Huerta, en el Curso de Proyectos de Estructuras. E.T.S. Arquitectura, Madrid, 1989.

lo que precisan incrementos tensionales o mejores materiales para seguir en las mismas condiciones de resistencia.



**Figura 13: RELACIÓN PESO PROPIO A SECCIÓN RESISTENTE PARA INCREMENTO DE TAMAÑO**

Considerando la dimensión representativa de un problema de traslado longitudinal de carga vertical, a tracción o compresión, como la distancia  $L$  de traslación de la fuerza —ver Figura 14— y tomando el peso propio de la estructura como carga adicional, el área resistente, sin considerar posibles problemas de estabilidad, es función de la carga y el peso propio; las dimensiones transversales serán las requeridas para que el material resista el peso de toda la barra en su sección crítica —la base—; para problemas de diferente magnitud —diferente valor de  $L$ —, la sección transversal crecerá en función del incremento de la dimensión de la fuerza que se traslada y del incremento del peso propio de la estructura.



**Figura 14: RELACIÓN TAMAÑO A RESISTENCIA PARA TRASLADO LONGITUDINAL DE FUERZAS DE PESO PROPIO Y CARGA ADICIONAL**

Si la carga es  $Q$  y el peso propio de la estructura es  $P$ , la relación entre peso propio y carga total es:

$$\frac{P}{P+Q} = \frac{SL\delta}{Sf} = \frac{L}{f/\delta}$$

- $L$  = Altura total de la estructura.
- $S$  = Área de la planta.
- $\delta$  = Densidad del edificio.
- $f$  = Resistencia media admisible del material.

Esta relación no depende del valor de  $Q$  ni de  $S$ , sólo depende de  $f/\delta$  —constante del material estructural— y del tamaño o dimensión de la estructura:  $L$ . La máxima altura alcanzable con carga adicional  $Q$  nula es precisamente  $f/\delta$ , que, al depender del material, se puede denominar *alcance del material*. El interés de esta relación fue resaltado por Cox en 1965<sup>XXVII</sup>.

En la medida en que la altura del problema sea inferior a la máxima —al *alcance* de cada material—, existe posibilidad de soportar carga adicional. En la Tabla II se indican algunos de los valores de alcance para distintos materiales.

Tabla II: Valores de  $f/\delta$ —alcance—

	$f \text{ t/cm}^2$	$\delta \text{ t/m}^3$	$f/\delta \text{ m}$
ACERO ALTA RESISTENCIA	10	7,8	12.800
ACERO LAMINADO	1,73	7,8	2.200
MADERA	0,1	0,6	1.600
HORMIGÓN	0,09	2,5	300
LADRILLO	0,02	2	100
ADOBE	0,003	1,7	17

Fuente: Ignacio Jaenicke.

En los problemas en que el efecto del peso propio no sea secundario, la variable *alcance* permite una comparación rápida entre distintas soluciones.

Si el incremento del tamaño del problema permite incrementos de la sección estructural  $S$ , los incrementos del peso y de la resistencia para un incremento de longitud  $dz$  serán —ver Figura 15—:

$$\Delta P = S dz \delta$$

$$\Delta \text{Resistencia} = dS f$$

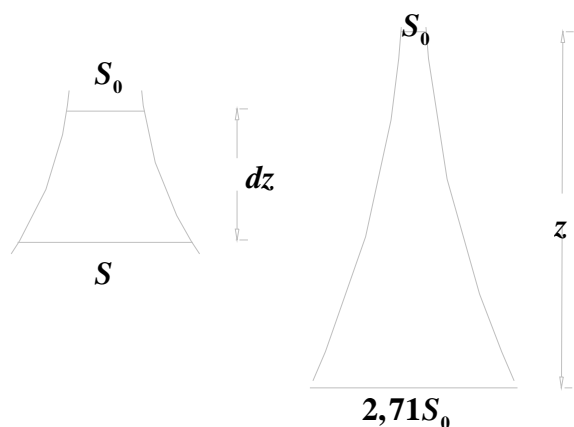


Figura 15: RELACIÓN ALTURA A SECCIÓN PARA TRASLADO LONGITUDINAL DE FUERZAS DE PESO PROPIO.

Los incrementos deben ser iguales, por lo que

$$dz \frac{\delta}{f} = \frac{dS}{S} \quad \text{y, por tanto:}$$

$$z \frac{\delta}{f} = \log_e S$$

$$S = S_0 e^{z/(f/\delta)}$$

Si el incremento de  $z$  es igual al *alcance* del material, el área aumenta  $e$  veces y el lado —para área cuadrada— será  $\sqrt{e} = \sqrt{2,72} = 1,65$  veces mayor.

Para acciones debidas al peso propio exclusivamente, no hay límite teórico a la dimensión —sin considerar estabilidad—.

Si el problema es trasladar una carga transversal de valor  $q$  por ml, la dimensión representativa del problema es ahora la luz de flexión  $L$ . Se puede plantear con una viga doblemente apoyada, cuyo peso propio es  $p$  por ml, siendo  $p = bh\delta$  —ancho·canto·densidad—, ver Figura 16.



**Figura 16: RELACIÓN TAMAÑO A RESISTENCIA PARA TRASLADO TRANSVERSAL DE FUERZAS DE PESO PROPIO Y CARGA ADICIONAL**



El momento solicitante es:

$$M_s = (q + bh\delta)L^2/8$$

y el momento resistente, supuesto un material elástico y con comportamiento lineal:

$$M_r = bh^2/6 \quad \text{de donde:}$$

$$\frac{P}{P+Q} = \frac{bh\delta}{8bh^2f/6L^2} = \frac{L}{f/\delta} \frac{1}{8h/6L} = \frac{L}{f/\delta} k \frac{L}{h}$$

El primer término es el mismo del problema anterior,  $L$  indica el tamaño del problema estructural y  $f/\delta$  depende del material; el segundo término es un factor de forma de la pieza: su esbeltez multiplicada por una constante numérica  $k$ . La relación entre peso propio y carga total se incrementa linealmente con el incremento de tamaño  $L$ , si se mantiene la proporción o esbeltez de la pieza.

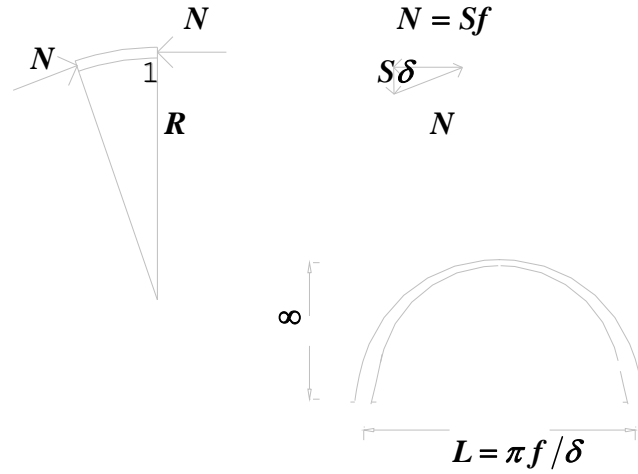
Para  $L = (f/\delta)/(kL/h) = \text{alcance}/\text{factor de forma}$ , la estructura sólo aguanta su propio peso.

El problema se puede plantear también para un arco cuya directriz es el antifunicular de las cargas, siendo éstas las correspondientes a su peso propio.

Para un elemento unitario del arco  $L=1$ , las cargas son  $S1\delta$ , y las solicitaciones  $Sf$ ; la relación entre ambos valores es igual al radio de curvatura  $R$ , por lo que:

$$R = \frac{f}{\delta}$$

que resulta igual al alcance del material, ver Figura 17.



**Figura 17: RELACIÓN ALTURA A LUZ DEL ARCO PARA TRASLADO TRANSVERSAL DE FUERZAS DE PESO PROPIO.**

A medida que el arco tiene más luz, crecen su sección y su altura; la ecuación del arco presenta una altura de valor infinito para un valor de luz de arco  $L = \pi R^{34}$ , que es el valor límite de la luz, igual a  $\pi \cdot \text{alcance}$ . El factor de forma de este arco es el valor de  $\pi$ .

Los términos analizados dan una visión global del problema, que hay que corregir parcialmente para los casos reales; el problema de flexión no es sólo de momento flector, también es de cortante, que no crece con el tamaño de la misma manera que el momento; tampoco el peso propio crece proporcionalmente con el tamaño, y, mientras que la carga de peso propio de la viga es uniforme, la del arco crece hacia los apoyos al incrementarse la curvatura y la sección. Sin embargo, desde el punto de vista del diseño, las consecuencias de este análisis permiten comparaciones de primer orden con resultados suficientemente aproximados y válidos para decisiones de diseño global de la estructura. Permiten conocer los parámetros fun-

<sup>34</sup>. La ecuación del arco es  $z = RL / \cos(x/R)$ , siendo  $z$  el valor de la ordenada del punto con origen en la clave, y  $x$  el valor de la abscisa del punto con origen en el centro de simetría del arco:  $z$  es  $\infty$  cuando  $x = \pi R/2$ .

damentales y los límites teóricos de la solución; mediante la utilización de relaciones simples, linealizadas, se puede conocer con relativa rapidez la incidencia de cada variable.

En la Figura 18 se representan diagramas del valor teórico del alcance para dos materiales y dos estructuras, en el segundo de los casos el alcance de la estructura es  $\Phi f / \delta$  — $\Phi$  es el factor de forma—.

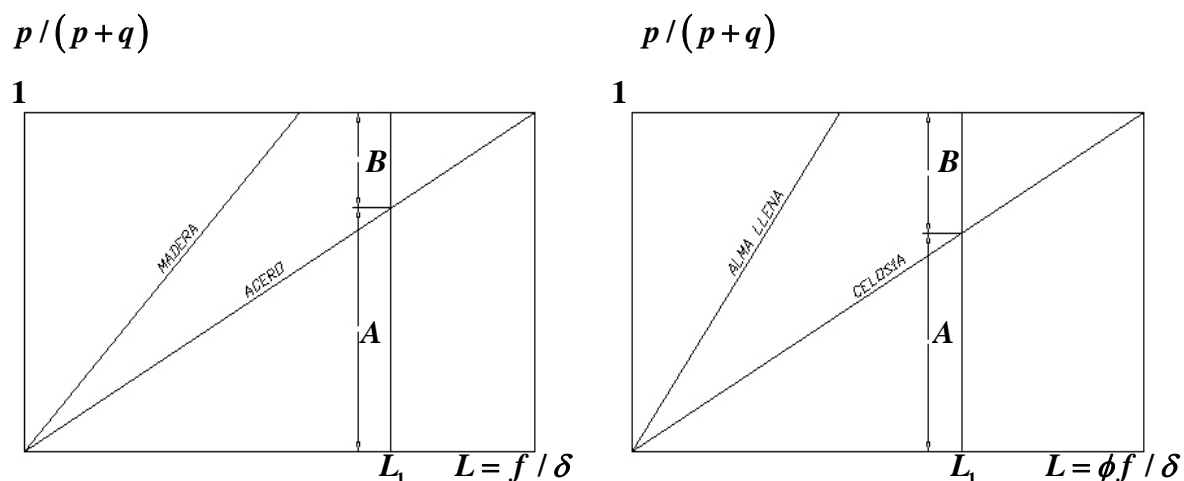
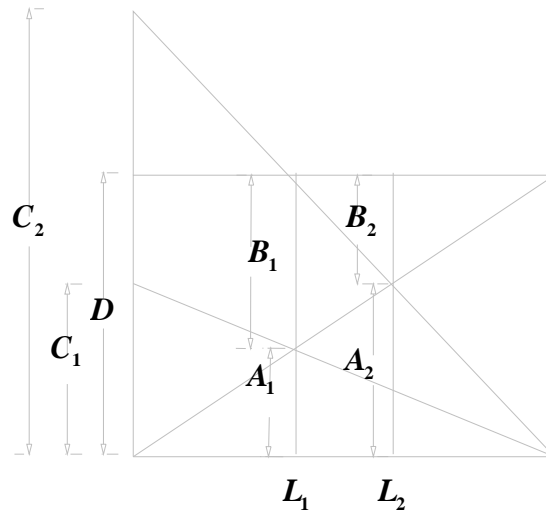


Figura 18: LUZ LÍMITE DEL MATERIAL Y DE LA ESTRUCTURA

Para una luz dada, la relación entre los segmentos  $A$  y  $B$  indica la proporción máxima posible entre peso propio y carga adicional; como  $A/B = C/D$  —ver Figura 19—, se puede medir esta proporción en el eje vertical para cada problema.



**Figura 19: RELACIÓN DE PESO PROPIO A CARGA ADICIONAL PARA UNA LUZ DADA.**  
 Fuente Ricardo Aroca

La reducción de los parámetros iniciales del problema a unos pocos elementos, lo que es posible por el carácter lineal de las relaciones entre los mismos, permite un entendimiento mejor de las distintas soluciones y consigue separar lo principal de lo secundario. La magnitud o tamaño del problema estructural, el valor del alcance del material, la esbeltez o el factor de forma correspondiente de la estructura, son las variables principales, las de mayor potencia y las que más condicionan el diseño; la superficie de la sección, su ancho, ... intervienen en un segundo orden de eficacia.

Los valores reales se obtienen a partir de los teóricos afectados de los correspondientes factores correctores o de penalización.

### 2.2.1. Conclusiones

El tamaño del problema, su dimensión, indica para cada material cuál es la máxima proporción entre sobrecarga y peso propio en función del valor del *alcance*.

Análogamente, el tamaño indica para cada tipo estructural cuál es la máxima relación admisible entre sobrecarga y peso propio en función de su factor de forma.

La relación de la dimensión del problema a la dimensión límite es igual a la relación entre peso propio y carga total —sobrecarga más peso propio—.

Las consecuencias de estas conclusiones son útiles para problemas que tengan un peso propio relevante o una dimensión importante; para las estructuras de edificación, la magnitud está por lo general muy lejos del límite, por lo que las relaciones indicadas sólo sirven desde un punto de vista comparativo de distintas soluciones.

Más interés tiene la comparación de estructuras cuyas dimensiones crecen de forma proporcional al incremento de tamaño o que crecen de forma independiente entre sí.

### 2.3. LA PROPORCIÓN EN LA SOLUCIÓN ESTRUCTURAL

El incremento de dimensión del problema estructural se puede resolver con diferentes combinaciones de incrementos de los parámetros resistentes; si es posible resolver la estructura con un incremento semejante para todas las variables, significa que la solución del problema puede ser proporcional, y también que la solución dibujada es válida a cualquier escala.

Interesa analizar el tipo de variación de la capacidad resistente para incrementos de tamaño; mayor dimensión conlleva incrementos de dimensión de la propia estructura y, puesto que conviene dotar a la solución del mínimo de estructura necesario y suficiente, hay que conocer si las necesidades de incremento de las variables de resistencia —variables problema— crecen a mayor, igual o menor velocidad que las capacidades resistentes —variables solución—.

El incremento de dimensión puede, por tanto, necesitar un incremento igual de todas las dimensiones de la solución o sólo de algunas de ellas. La ley de variación de la relación tamaño a dimensión de cada parámetro resistente depende de éste; para una estimación inicial basta con analizar el primer orden de la forma de la variación entre las variables de sollicitación y las de resistencia, que puede representarse gráficamente con una ley simplificada de tipo lineal, exponencial o constante, y en función de cada dimensión alterada; la relación está en función de que se puedan modificar independientemente las dimensiones de la solución, o que alguna de ellas esté limitada o sea dependiente del valor de otra.

Si se modifican independientemente las dimensiones de una estructura ya resuelta, por ejemplo, si se incrementa la dimensión que representa el problema —como la luz de flexión para un problema de traslado transversal de fuerzas, la cual representa el "tamaño" de dicho problema—, la solución se puede alcanzar respetando las proporciones de la geometría de la solución anterior. Sin embargo, no siempre los parámetros varían

de igual modo: las soluciones no son siempre proporcionales; el hecho de que la solución pueda ser proporcional no significa que sea la óptima, la determinación del óptimo para cada problema puede llevar a soluciones no proporcionales y dependientes, por tanto, del tamaño<sup>35</sup>.

En realidad, se trata de estudiar la repercusión de la modificación de cada variable geométrica, con objeto de ordenar las posibilidades de solución. Por lo general, los parámetros del problema se dejan como variables, algunas de las cuales son representativas de la magnitud de dicho problema, mientras que las variables resultado representan la eficacia de la solución.

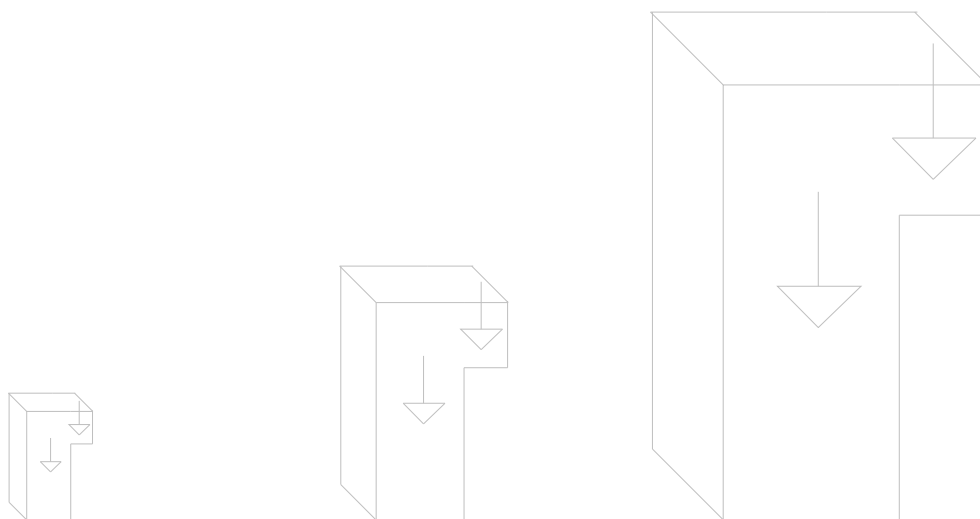
En los epígrafes siguientes se analizan varios casos simples en función de los requerimientos estructurales de estabilidad, resistencia y deformación.

---

<sup>35</sup>. La solución proporcional es independiente del tamaño.

### 2.3.1. Estabilidad

Considerando el requerimiento estructural de estabilidad, y para problemas de peso propio, el incremento de volumen conlleva un incremento semejante de todas las dimensiones —ver Figura 20—. Las solicitaciones desestabilizantes aumentan con un factor igual a la cuarta potencia del incremento de la dimensión en cada dirección<sup>36</sup>. Como las solicitaciones estabilizantes aumentan con el mismo factor, la solución ante un incremento de tamaño es proporcional a la anterior. Todos los esquemas son válidos independientemente de la escala del dibujo.



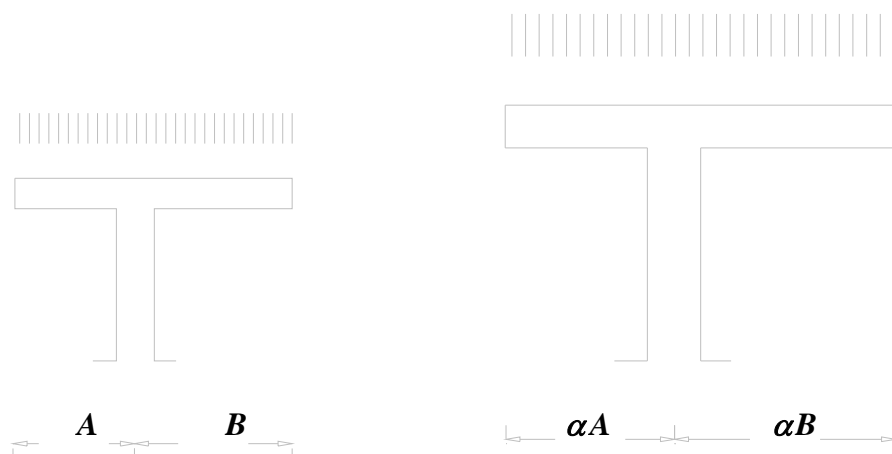
**Figura 20: ESTABILIDAD. RELACIÓN TAMAÑO A PROPORCIÓN PARA PESO PROPIO**

Si se trata de un problema de cargas adicionales y no se considera el peso propio —por ejemplo, la estabilidad de un doble voladizo contra un soporte, o de un voladizo contra una viga contigua—, los aumentos de las cargas y solicitaciones estabilizantes y desestabilizantes, ante un incremento del tamaño, ocurren a la misma velocidad, por lo que la solución seguirá siendo estable —ver Figura 21—.

---

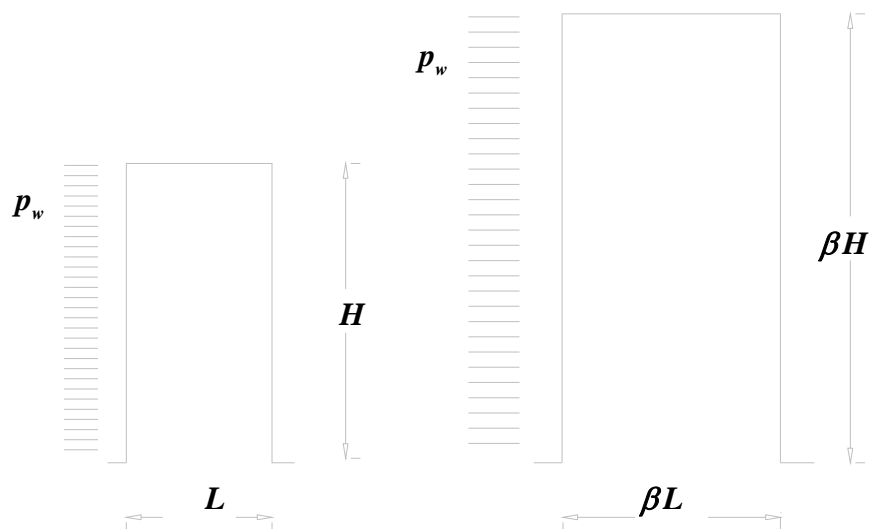
<sup>36</sup>. Si un lado crece  $\beta$  veces, el volumen crece con  $\beta^3$  y las solicitaciones de momento flector debidas al peso crecen con  $\beta^4$ .





**Figura 21: ESTABILIDAD. RELACIÓN TAMAÑO A PROPORCIÓN PARA CARGA ADICIONAL**

Cuando aparecen combinadas las cargas de peso propio y otras cargas que no crecen con el tamaño de la misma manera que éstas, la solución ya no es proporcional. Un ejemplo común es el de un edificio sometido a la acción de viento y a su peso —Figura 22—.



**Figura 22: ESTABILIDAD. RELACIÓN TAMAÑO A PROPORCIÓN PARA PESO PROPIO Y CARGA DE VIENTO**

Si el incremento de la magnitud de cada eje coordenado es un factor  $\beta$  por unidad de longitud, al aumentar el peso con el volumen, crecerá con el cubo del factor:  $\beta^3$ ; el viento —para una presión constante independiente de la altura— crece sólo con el cuadrado de la cara de incidencia, por tanto con

$\beta^2$ , por lo que los edificios son más estables al aumentar su dimensión.

Como, en la práctica, la anchura de la base no suele crecer tanto como la altura del edificio, por cuestiones de tamaño de los solares, se pueden considerar problemas que sólo crecen en altura manteniendo la base del mismo tamaño; en ellos la proporción del elemento arriostrante respecto al ancho total del edificio se modifica, pero la proporción entre sus lados, la esbeltez global de elemento arriostrante, se puede mantener —ver Figura 23—, o ser mayor para más altura.

La esbeltez resulta, por tanto, la variable menos sensible y de más potencia de entre las consideradas.

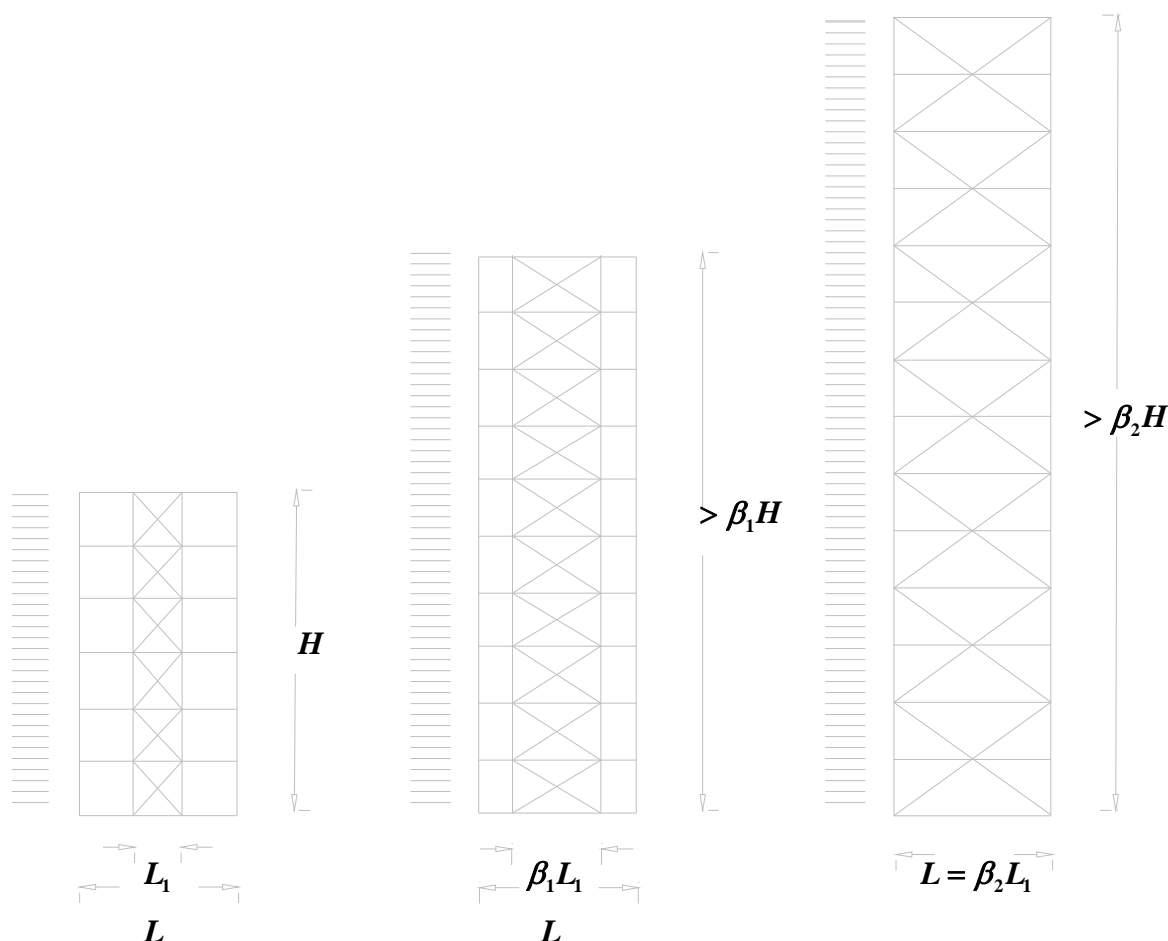
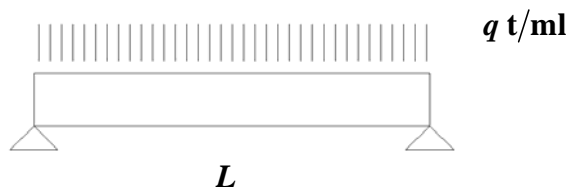


Figura 23: ESTABILIDAD. RELACIÓN TAMAÑO A PROPORCIÓN PARA CARGA DE VIENTO

### 2.3.2. Resistencia

El problema de resistencia admite un planteamiento semejante; por ejemplo, una viga doblemente apoyada, con peso propio no significativo —ver Figura 24—, que soporta una carga lineal  $q$ , con un ancho  $b$ , adecuado a la carga<sup>37</sup>.



**Figura 24: RELACIÓN TAMAÑO A RESISTENCIA PARA TRASLADO TRANSVERSAL DE FUERZAS DE CARGA ADICIONAL**

Para satisfacer el problema, el momento solicitante y el momento resistente deben ser iguales, por lo que, si se supone un material elástico y lineal, resulta que:

$$\frac{q\beta^2 L^2}{8} = \frac{b\beta^2 h^2 f}{6}$$

El problema de resistencia depende de la relación:

---

<sup>37</sup>. En estructuras porticadas, se puede establecer una correspondencia entre la estructura superficial, formada por pórticos y forjados, y la lineal, constituida por los pórticos; al analizar éstos, la carga superficial se transforma en una carga lineal equivalente, y el ancho de las barras del pórtico se puede considerar función lineal directa de la carga -proporcional a la carga-.

$$\frac{q L^2}{b h^2} = \frac{8f}{6}$$

Si la proporción  $L/h$  —esbeltez de la viga— se mantiene constante, el problema es independiente del tamaño; si aumenta la esbeltez, como es el cuadrado de ésta lo que incide en la resistencia, la tensión crece con el cuadrado del incremento.

Por otro lado, se puede observar que los incrementos de carga se pueden resolver con incrementos iguales de  $b$ .

### 2.3.3. Deformación

El requerimiento de deformación limitada de la estructura conduce al siguiente planteamiento.

La curvatura es el giro entre secciones a distancia unidad:

$$\Omega = 2\varepsilon / h$$

$\Omega$  = Curvatura

$\varepsilon$  = Deformación unitaria

$h$  = Canto de la pieza

Lo que interesa es el giro total, entre el apoyo y el centro del vano:  $\sum 2\varepsilon / h$ , siendo  $\varepsilon$  variable en función de la sollicitación y considerando  $h$  constante para toda la barra.

Para carga uniforme e inercia constante, el diagrama de curvaturas sigue una ley parabólica, como la de momentos, y el giro total será el área de la mitad de esa parábola, cuya altura es  $\varepsilon_{\max}$ ; la flecha será el producto del giro por la distancia entre el centro de gravedad de la parábola y el apoyo:

$$\delta = \frac{2\varepsilon_{\max}}{h} \frac{2}{3} \frac{L}{2} \frac{5}{8} \frac{L}{2}$$

El valor de la distorsión, que es el que hay que limitar para impedir la rotura de elementos secundarios, es:

$$\frac{\delta}{L} = 0,21\varepsilon \frac{L}{h} \quad \text{y si aumenta el tamaño } \beta \text{ veces:}$$

$$\frac{\delta'}{\beta L} = 0,21\varepsilon \frac{\beta L}{\beta h}$$

por lo que  $\delta' = \beta \delta$

La flecha crece linealmente con la luz, con lo que la distorsión se mantiene.

Si se resuelve una viga con una esbeltez determinada, la solución sirve para todas las vigas proporcionales a ésta —siempre que el peso propio no sea significativo—.

Una vez consideradas las relaciones básicas entre el tamaño y los requerimientos de estabilidad, resistencia y deformación, se analizan a continuación las modificaciones de la cantidad necesaria de estructura determinadas por incrementos de la magnitud o tamaño del problema a resolver, para los casos elementales de tracción y compresión, considerando las penalizaciones existentes sobre el caso teórico.

#### 2.3.4. Penalización a tracción: Anclajes

La tracción se puede resolver con estructura estricta hasta llegar al extremo en donde necesita transferir su tensión a otro elemento, esto supone una penalización por la necesidad del material de transición.

El peso de una barra que resiste de forma estricta una tonelada y tiene un metro de longitud es  $\delta/f$  —valor inverso del alcance del material—; si se supone el peso del anclaje como una fracción  $\alpha$  del peso de la barra, el anclaje pesará  $\alpha\delta/f$ . Los parámetros básicos del problema de tracción son la carga trasladada y la distancia; modificando las variables de forma aislada se deduce su repercusión en los parámetros resistentes.

Para una barra de lado  $\beta$  veces mayor, el área será  $\beta^2$  veces la anterior y, por tanto, podrá resistir una carga  $Q = \beta^2 t$ ; los anclajes necesitan incrementos de volumen para incrementos de la sección cuya transferencia de tensiones están realizando, por lo que el peso del anclaje para una barra de peso  $\beta^2\delta/f$  es ahora  $\beta^3\alpha\delta/f$ .

Si se considera la distancia, para una barra más larga, de longitud  $L = \Gamma l_m$ , el peso crece linealmente:  $\Gamma\beta^2\delta/f$  y el anclaje es el mismo que antes,  $\beta^3\alpha\delta/f$ . La cantidad de estructura  $W$  es la carga por la distancia  $QL = \beta^2\Gamma$ .

El peso de la barra es  $W \frac{\delta}{f}$

Y el del anclaje:

$$W \frac{\sqrt{Q}}{L} \alpha \frac{\delta}{f}$$

Por razones de anclaje, la cantidad de estructura pasa de  $W$  a:

$$W \frac{\sqrt{Q}}{L} \alpha$$

Como conclusión, de esta relación simplificada se deduce que, para valores grandes de  $L$  y cargas pequeñas, la penalización por la necesidad del anclaje es menor y se puede resolver con pocos anclajes; sin embargo, para cargas grandes y longitudes pequeñas la penalización es grande y es más conveniente distribuir el anclaje en elementos menores.



### 2.3.5. Penalización a compresión: Pandeo

El problema de compresión es de estabilidad o rigidez de la sección. Si se incrementa la luz de pandeo, hay que incrementar de la misma manera la rigidez de la pieza para mantener la esbeltez mecánica  $—L/i—$  del problema; si se consideran piezas normalizadas con el radio de giro proporcional al lado de la sección, se puede plantear que:

$$I = Si^2 = Sk^2h^2$$

$I$  = Inercia

$S$  = Sección

$i$  = Radio de giro

$h$  = Lado de la sección

$k$  = Constante de la serie normalizada  $i/h$

Para trasladar a compresión una fuerza de  $1t$  una distancia de  $1m$ , la ecuación de la carga crítica de Euler es:

$$1\Gamma = \frac{\pi E S_0 k^2 h_0^2}{1^2}$$

$E$  = Módulo de elasticidad del material

$\Gamma$  = Coeficiente de seguridad

Para trasladar una carga  $Q$  una distancia de  $L$  metros:

$$Q\Gamma = \frac{\pi E S_1 k^2 h_1^2}{L^2}$$

La deformación real inicial que tienen las piezas modifica el análisis y las ecuaciones que resuelven el problema de pandeo, pero las relaciones entre las variables son proporcionales a las expresadas en las ecuaciones anteriores<sup>38</sup>; la relación de áreas  $S_1/S_0$  será proporcional a la relación entre  $h_1^2$  y  $h_0^2$ , pues las áreas crecen como el cuadrado de sus lados.

Para mantener la relación expresada anteriormente entre las variables  $Q$ ,  $L$  y  $S$ , se necesita que los incrementos de área estén en la relación:

$$S_1^2 = S_0^2 Q L^2 \quad \text{por lo que:}$$

$$S_1 = S_0 \sqrt{Q} L$$

El volumen de material varía según la relación:

$$S_1 L = S_0 \sqrt{Q} L^2$$

Si la estructura inicial que traslada **1t** a **1m** consume  $\mu$  —considerando la penalización por estabilidad—, la estructura que traslada **Qt** a **Lm** consume:  $\mu \sqrt{Q} L^2$ ; si la cantidad de estructura sin penalización era  $W$ , el valor penalizado es:

$$W \mu L / \sqrt{Q}$$

La conclusión de esta relación es ahora que, para problemas de mucha luz y poca carga, la penalización es mayor y conviene concentrar la carga con pocos soportes.

Para problemas de poca luz y mucha carga, la penalización es pequeña y se puede aumentar el número de soportes.

Las conclusiones son similares a las que se deducen de la penalización por anclajes en tracción.

---

<sup>38</sup>. En las piezas reales hay que considerar la deformación inicial amplificada, lo cual significa una tensión unitaria mayor que la de compresión simple. La propuesta de Dutheil para acero considera un factor  $\omega$  dependiente de  $L^2/i^2 \approx L^2/h^2$  y del tipo de acero.

### 2.3.6. Conclusiones

El análisis del crecimiento de las variables es fundamental para conocer la forma en que varían sus valores aun cuando se adopten simplificaciones en las relaciones; cuando las soluciones proporcionales son válidas, se puede utilizar la geometría para diseñar la estructura.

Así, la disminución relativa del espesor de pared en chimeneas industriales de gran altura<sup>xxv</sup>, tiene su explicación desde este punto de vista: las variables de potencia en el diseño son el peso propio, la inercia de la sección —su área por el cuadrado del radio de giro— y el cuadrado de la altura, que están en la relación:  $Q \approx Si^2/L^2$ ; los incrementos de altura pueden acompañarse de incrementos del mismo orden del radio de la base, lo cual mantiene la esbeltez del diseño — $i^2/L^2 = \text{cte.}$ —; sin embargo, los incrementos de carga por incremento de la altura tienen un orden superior de crecimiento que los del área de la sección, por lo que los incrementos de espesor no mejoran la situación y el único recurso es disminuir el espesor de la pared en relación con el diámetro de la base, con lo que aumenta el radio de giro y se puede alcanzar el equilibrio. Efectivamente, las construcciones reales tienden a mantener la esbeltez independientemente de la altura, pero el espesor de la pared es relativamente menor para las más elevadas.

En ocasiones las correcciones al método geométrico pueden ser importantes pero, aun así, el margen de validez —con un error considerado desde el primer momento y, por tanto, acotado— es suficientemente amplio y semejante al de utilizar la primera derivada de una ecuación analítica, consideración suficiente para una correcta decisión de diseño.

Como conclusión, el tamaño resulta ser una variable de máxima potencia en el diseño y que hay que considerar prioritariamente; su comparación con los parámetros geométricos de la estructura permite relaciones simplificadas de primer orden, resolubles en muchos casos de forma directa e incluso

gráfica, por lo que constituye uno de los principales elementos de diseño.

A continuación se resumen los aspectos analizados.

— Estabilidad. Para un solo tipo de carga el problema de estabilidad es constante, no depende del cambio de dimensión o tamaño. Si se combinan pesos propios con sobrecargas que tienen diferentes leyes de crecimiento, la estabilidad depende de la relación entre dichas formas de crecimiento.

La estabilidad de edificios ante viento es inversamente proporcional a la esbeltez del elemento rígido, para una carga unitaria constante.

— Resistencia. La necesidad de resistencia es constante ante incrementos de dimensión si se mantiene el factor de forma correspondiente —que, para vigas, es su esbeltez—.

— Deformación. La deformación se ha analizado sólo para el caso de vigas; si se mantiene el factor de forma, crece linealmente con la luz y la distorsión es, por tanto, constante.

— Cantidad de estructura a tracción. Si se considera  $\alpha$  el factor de penalización del anclaje, la cantidad de estructura necesaria depende de la dimensión  $L$  y la carga  $Q$  en la proporción:  $\alpha\sqrt{Q}/L$ .

— Cantidad de estructura a compresión. Si se considera  $\mu$  el factor de penalización por estabilidad ante pandeo, la cantidad de estructura necesaria depende de la dimensión  $L$  y de la carga  $Q$  en la proporción:  $\mu L/\sqrt{Q}$ .

Seguidamente se analiza otro parámetro, el tipo de utilización y su incidencia en las otras variables.

## 2.4 USO DEL EDIFICIO

### 2.4.1. Características generales

El uso del edificio determina o condiciona algunos parámetros básicos para el diseño de la estructura. Esta determinación reduce notablemente el espectro válido, desechando un amplio margen de valores teóricos y acotando de forma bastante limitada las soluciones útiles.

El uso limita la solución de la estructura vertical compatible con él, lo que se analiza en el epígrafe de modulación.

Por otro lado, el uso condiciona casi totalmente los valores de las cargas gravitatorias posibilitando su cálculo directo, con suficiente aproximación para la mayoría de los casos.

Finalmente, en los dos últimos epígrafes relativos al uso, se plantea la consideración de los conceptos correspondientes a los criterios formales de origen no estructural, dependientes del diseño arquitectónico y de naturaleza, a menudo, no obligada sino optativa, y que, a pesar de ser más complejos de parametrizar, resultan básicos para el diseño estructural; se tratan, además, las interferencias con las instalaciones necesarias para el funcionamiento del edificio. Con ellos se entra en la consideración de algunas características asociadas al programa de necesidades que se pretende alcanzar; como, por ejemplo, el nivel exigido en la calidad de la ejecución de los acabados, la durabilidad, los factores relacionados con el grado de confort que inciden en la definición estructural —por ejemplo, el grado de aislamiento acústico<sup>39</sup>—, la mejor o peor resolución de las interferencias de la estructura con los paramentos, etc..., el valor que se confiere a la representatividad del resultado, o la importancia de la forma-

---

<sup>39</sup>. El aislamiento acústico a las bajas frecuencias sólo se consigue con la incorporación de masa, con el correspondiente incremento de carga.

lización externa. La variedad se debe a que, aun cumpliendo las prescripciones de las normas y reglamentos, se puede alcanzar una mejor o peor resolución dependiendo de otras exigencias impuestas al diseño con puntos de vista ajenos al estructural.

Los epígrafes estudian de forma independiente cada relación entre variables, para determinar las simplificaciones y linealizaciones posibles; en los casos reales algunas de las variables pueden ser datos que no admitan variación, por lo que, ni todas las relaciones se podrán optimizar, ni se permitirán todas las posibilidades.

#### 2.4.2. Relación uso a modulación

La modulación es el ritmo con que se definen elementos de soporte sobre la estructura horizontal.

El valor de la modulación tiene un mínimo y un máximo válidos en función del grado de obstrucción admisible por el uso. En el caso de la compartimentación del espacio para uso de vivienda, un parámetro básico es el tamaño de las habitaciones y, sin embargo, no resulta excesivamente determinante. La falta de determinación es debida al hecho de que en general existe más de una solución válida, ya que la subdivisión de la tabiquería o compartimentación es mayor que la estructuralmente necesaria —si la subdivisión fuera escasa, la determinación de la solución resultaría mayor—.

No se puede establecer una relación sencilla de correspondencia entre el tipo de uso y los valores útiles de separación de soportes, debido a que no existe una homogeneidad de la función uso: distancias válidas para zonas muy tabicadas no lo son para espacios diáfanos. Se pueden determinar los valores medios y acotar los máximos suficientes y mínimos necesarios; el valor máximo depende del tamaño de las subdivisiones más lejanas y superficies más diáfanas, y el valor mínimo de las más próximas. Se puede utilizar un criterio de determinación de base estadística, pero la medición indiscriminada de los mínimos puede arrojar distancias enormemente pequeñas que desvirtúan los resultados, por lo que sólo tiene interés el valor de los mínimos de los espacios que usualmente se consideran como utilizables, habitaciones, despachos, estancias, etc.. Tampoco interesa considerar áreas de circulación internas que dan servicio a las anteriores, ni otras aún más secundarias, como las correspondientes a instalaciones y otros elementos que no son necesarios por sí mismos, sino que están en función de otros espacios de los que dependen.

Por otro lado, las correspondencias que se pueden establecer tienen que considerar el hecho de que, si bien cada edificio se proyecta para una utilización definida, es frecuente la coexistencia de usos dentro de un mismo edificio, que obliga a compatibilizar funciones diferentes —como, por ejemplo, zonas de vivienda, de comercio, de oficina y de garaje, por enumerar las más usuales—. Como consecuencia de ello, se modifica el planteamiento, pues, aunque se pueden establecer relaciones independientes entre cada uso y las distribuciones medias o tipo, es mucho más limitativa la relación con combinaciones de diferentes usos<sup>40</sup>. Por otro lado, cada día se contempla como una necesidad más importante la posibilidad de ambivalencia en la utilización del edificio, circunstancia de interés para su vida futura, con vistas a posibles transformaciones, en las cuales la estructura juega casi siempre un papel muy limitador<sup>41</sup>.

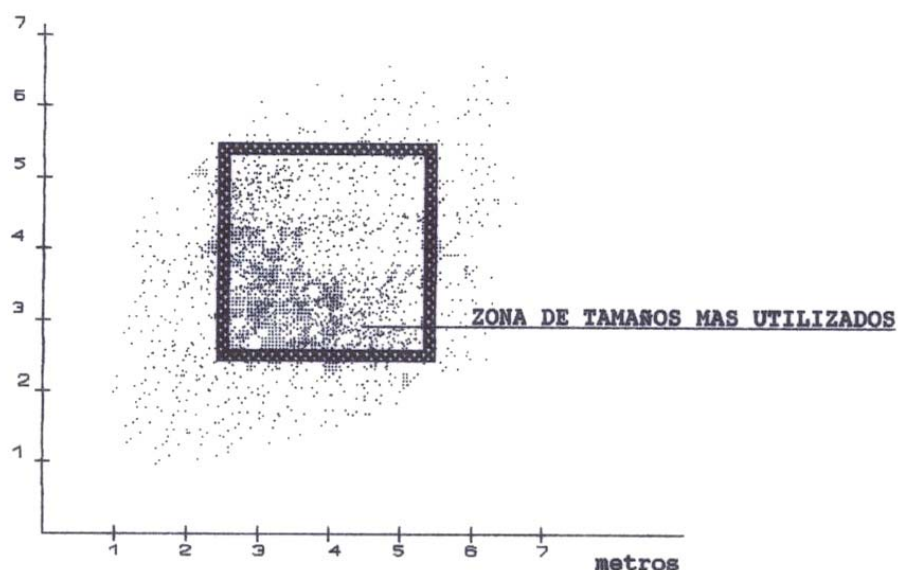
Los valores de subdivisión dependen de las características sociales y varían con las tipologías usuales de cada época. Para elaborar el gráfico de la Figura 25 se ha elegido el siguiente criterio estadístico: se han considerado edificios de los últimos veinte años y se han representado sobre los ejes coordenados las mediciones correspondientes a espacios útiles de vivienda; a cada punto de la gráfica corresponden en los ejes las dos dimensiones de dichos espacios; en los casos en que se necesitan más de dos dimensiones para definir un espacio en planta, se ha considerado el elemento equivalente rectangular más similar; por último, se ha trazado la nube de puntos que refleja el espectro de tamaños de espacios habitables.

---

<sup>40</sup>. La condición de cumplir con varias limitaciones a la vez, lleva a un planteamiento de resolución diferente.

<sup>41</sup>. Sirva como ejemplo el alto porcentaje que supone actualmente, sobre el total de actividad, la ejecución de obras de adecuación y remodelación en los viejos núcleos urbanos.





**Figura 25. TAMAÑO DE HABITACIONES EN VIVIENDAS —CRITERIO ESTADÍSTICO—**

Las distancias más utilizadas se encuentran entre los 2,5 y los 5,5 metros, disminuyendo rápidamente la frecuencia de aparición para distancias superiores; dentro de las más utilizadas, los espacios rectangulares abundan más que los cuadrados.

Para el uso de aparcamiento, el valor ideal de la trama es el que permite un aprovechamiento máximo con un mínimo de interferencias, lo que lleva a considerar una distancia múltiplo del ancho de las plazas de aparcamiento habituales:  $5,00 \cdot 2,25$  metros. Esto refleja el criterio de diseño mínimo de la trama media, a lo que hay que añadir la consideración de reserva de espacio para circulación y accesos.

Los usos de comercial, oficinas e industrial-almacén, tienen un valor mínimo que hace impracticable el espacio; en este tipo de uso se puede afirmar que el resultado es proporcional a la separación e interesa siempre la máxima luz posible.

En los edificios de uso múltiple, en los que intervienen utilizaciones conjuntas de varios de los usos enumerados, no se puede considerar la zona intersección o la zona media de

las que existen para cada uno de los usos individualmente considerados; el resultado podría ser admisible, pero no bueno. Es en este tipo de planteamientos, en que existen varias variables a definir, donde tiene mayores posibilidades el diseño estructural. El diseño óptimo sería aquél que se adecuara lo más posible a cada requerimiento específico, con un mínimo de obstrucción espacial y un máximo de eficiencia estructural.

### 2.4.3. Relación uso a acciones. Cálculo de las cargas

El procedimiento de obtención directa de las cargas a partir del uso del edificio, constituye lo que se denomina, según los criterios aquí considerados, el cálculo de las cargas.

La necesidad inicial de la estructura nace de tener que soportar las acciones para las que ha sido prevista. En edificación las acciones básicas son, por un lado, las cargas gravitatorias derivadas de la utilización —el peso de las personas y mobiliario, las paredes, los suelos...— y, por otro lado, el elevado peso propio que conlleva la propia tipología estructural, de importancia en el cómputo total de cargas que hay que soportar.

La forma estructural es también causa de la aparición de otras acciones, asociadas a las modificaciones que el edificio crea en su entorno, como la carga de viento o nieve, o debidas a los vínculos que le unen con éste, como las cargas sísmicas.

Las fuerzas que afectan a la estructura y que dependen de su forma —altura, dimensión, cimentación, etc.— con independencia del uso, son las fuerzas eólicas, sísmicas, cinéticas, térmicas y reológicas.

En general, en las tipologías de edificios, prescindiendo del valor del peso propio —que, además, se mueve en unos márgenes limitados— el valor de las acciones no se altera por la forma estructural, pudiéndose obtener los valores de las acciones al margen de la estructura adoptada, con suficiente afinidad.

El tipo de uso lleva asociado el valor de la sobrecarga correspondiente y también determina en gran medida el valor de las cargas permanentes: forjados, solados, tabiquerías, etc.

La realidad impone el hecho de que las acciones reales que intervienen sobre una estructura son en gran parte imprevisibles, por lo que se hace necesario utilizar una serie de patrones normativos como valores convencionales, que producen en algunos tipos estructurales —no en todos, ni de la misma

manera— resultados superiores a los reales<sup>42</sup> <sup>1</sup>. Los patrones que establece la Normativa vigente actualmente son los de las Normas dictadas por el M.O.P.U., NBE-AE/88, que básicamente considera la mayor parte de las cargas como acciones uniformes.

La consideración de carga uniforme tiene como inconveniente el hecho de que la seguridad es variable en función del elemento considerado, ya que es mayor cuanto más área recoge. Una situación más uniforme de seguridad la produce la consideración de una carga uniforme de menor valor y una carga puntual situada en cualquier lugar; sin embargo, el análisis resulta más complejo.

Los pesos propios para elementos de pisos, tabulados en la propia normativa, son muy amplios, pues varían desde 40kp/m<sup>2</sup> para un entarimado con viguetas de madera, hasta 480kp/m<sup>2</sup> para una losa de hormigón armado de 20cm de canto —sin considerar el peso propio del pórtico—.

El abanico se reduce notablemente en cuanto se considere el aislamiento fónico impuesto por la Normativa NBE-CA-88, sobre Condiciones Acústicas en los Edificios<sup>43</sup>, que afecta a los usos de vivienda residencial, oficinas, sanitario y docente.

En esta Norma se obliga a un aislamiento mínimo a ruido aéreo y a impacto. Debido a que el aislamiento a ruido aéreo sólo se consigue incrementando el peso de los elementos separadores, la aplicación de la Norma resulta crítica para el valor final de la carga en situaciones de forjados ligeros, por lo que establece un mínimo desde el punto de vista del uso.

---

<sup>42</sup>. Por ejemplo, la consideración de la normativa actual para los efectos de uso del edificio, es la de una carga uniforme, lo que es adecuado para una estructura resistente mediante losa plana en flexión; si la estructura es una lámina cilíndrica de generatriz parabólica, resulta una buena solución para cargas verdaderamente uniformes, pero no tan buena para la carga real de uso, que nunca es uniforme.

<sup>43</sup>. La Norma fija el aislamiento mínimo a ruido aéreo, exigible a los elementos horizontales de separación para los usos aquí contemplados, incluso cubiertas, en 45dBA; y el nivel máximo de ruido de impacto en el espacio inferior, en 80dBA.

En la Norma se dan valores indicativos de los requisitos para los forjados más utilizados, resultados expresados en la Tabla III.

**Tabla III. Mínimo espesor que cumple el aislamiento a ruido aéreo según NBE CA/88**

TIPO	ESPESOR cm.	PESO Kp/m <sup>2</sup>	REQUIERE AIS.IMPACTO
UNIDIRECCIONAL BOVED.CERAMICA	15	170	SI
" "	33	310	NO
" BOVED.HORMIGON	15	190	SI
" "	28	330	NO
SIN BOVEDILLA	15	150	SI
RETICULAR BOVED.CERAMICA	20	250	SI
" "	25	310	NO
SIN BOVEDILLA	20	220	SI
" "	30	320	NO
LOSA MACIZA	8	200	SI
" "	14	350	NO

\* La consideración de aislamiento se hace para un solado de 120 kp/m<sup>2</sup>

Hay que prever la posibilidad de que los solados sean modificados durante la vida útil del edificio, por lo que no conviene considerar los tipos de suelo con un peso inferior a 120 kp/m<sup>2</sup>, equivalente al peso de terrazo o gres sobre mortero.

Si se consideran los 120kp/m<sup>2</sup> del peso del solado, resulta que la aplicación de las limitaciones normativas sobre aislamiento acústico, aun sin resolver el aislamiento específico al impacto, obliga a un valor mínimo de 290kp/m<sup>2</sup> para un forjado de hormigón con bovedilla cerámica de 15cm de canto, o 270kp/m<sup>2</sup> en el caso de forjado sin bovedillas —sin considerar otras variables provenientes de limitaciones de tipo estructural, como distancias entre apoyos, deformaciones admisibles, etc... que pueden obligar a un canto y peso superior—.

Las sobrecargas de uso varían desde 200kp/m<sup>2</sup> para la zona interior de viviendas, hasta 500kp/m<sup>2</sup> para locales de reunión; en las zonas comunes de edificios de viviendas, en oficinas y zonas comerciales, hay que considerar una carga de 300 a

400kp/m<sup>2</sup>. En las áreas susceptibles de ser tabicadas hay que considerar la sobrecarga de posible tabiquería: 100kp/m<sup>2</sup>; este valor se puede considerar al 50% cuando la sobrecarga de uso es superior a 300kp/m<sup>2</sup> y no considerarlo en absoluto para valores superiores a 400kp/m<sup>2</sup>; por lo que el margen de variación de la sobrecarga total está entre 300 y 500kp/m<sup>2</sup>.

En azoteas no transitables, la sobrecarga que hay que considerar puede ser de sólo 100kp/m<sup>2</sup>, a lo que habría que sumar el peso del pendienteado para evacuación de las aguas —150kp/m<sup>2</sup>—, en el caso de cubierta plana; o una cantidad semejante en tabiquillos palomeros, en las formaciones de tejados inclinados; y además, los materiales de cobertura propiamente dichos, aislamiento e impermeabilización, posiblemente un solado o capa de grava, —otros 150kp/m<sup>2</sup>— y la sobrecarga de nieve, en los casos en que fuera necesaria su contemplación. El valor final no resulta muy distinto del de una planta normal; el caso más ligero es el del forjado inclinado con la propia forma de la cubierta.

En total, la consideración de todas las posibilidades puede suponer una variación máxima de 100kp/m<sup>2</sup>, por encima o por debajo, del peso correspondiente a su homólogo en pisos intermedios.

Queda, como caso singular, la consideración de cargas en el caso de uso industrial o de almacén, en el que la variabilidad es mayor. Se contemplan aquí únicamente aquellos casos de cargas medianas, equivalentes a las anteriormente enunciadas, —o sea, de unos 400kp/m<sup>2</sup>— y que son, por otro lado, las que con alguna frecuencia pueden aparecer en plantas diferentes a la baja; considerando como casos excepcionales los que supongan pesos mayores.

Se puede marcar el rango de variación definiendo la cota inferior y la superior de las salidas de la variable, en función de las distintas entradas del problema.

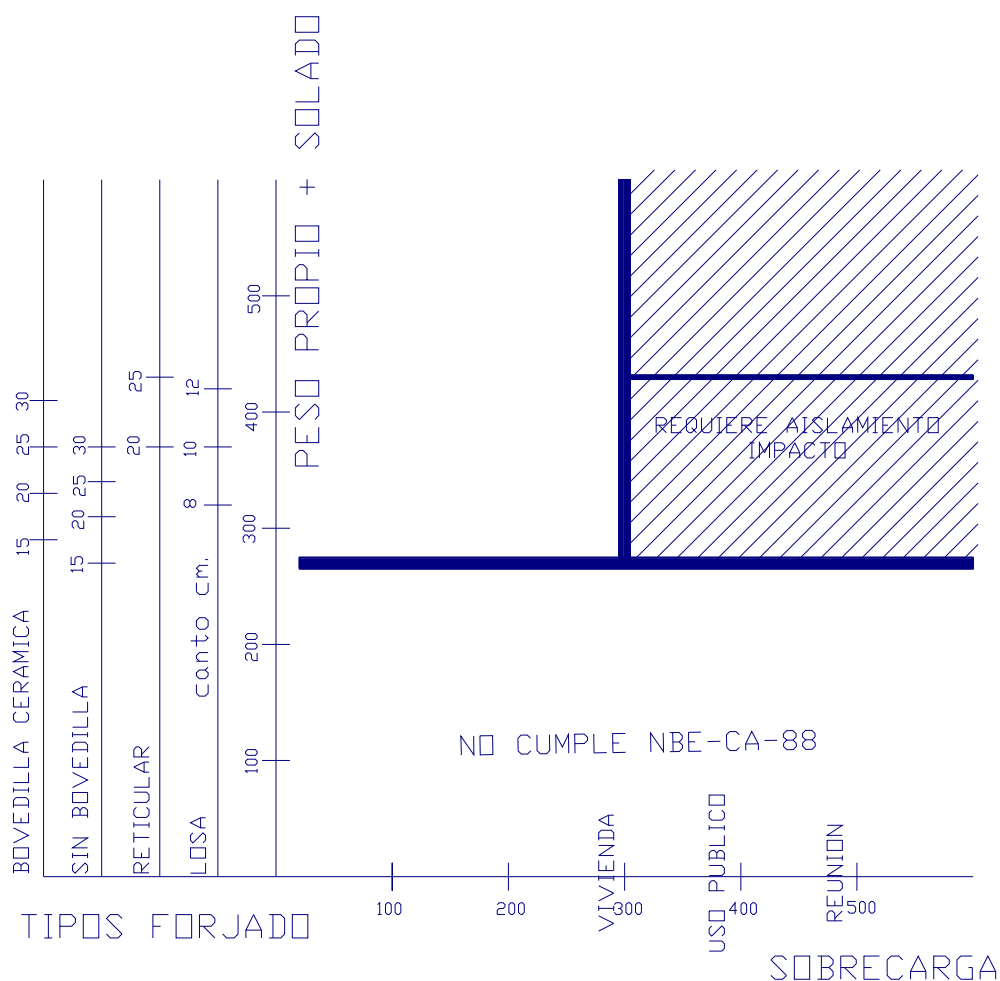
Por un lado, la carga depende del peso propio del elemento, y por otro, de la sobrecarga que actúa sobre él.

Una vez definido el uso la sobrecarga tiene un margen muy estrecho de movimiento, por lo que se puede establecer una relación directa entre uso y sobrecarga; el elemento variable se reduce sólo al peso propio.

El peso propio va a ser función, principalmente, del canto del piso. Pero este canto no puede adoptar cualquier valor sino que está limitado por las consideraciones de aislamiento contra el ruido —en el caso de viviendas—, y por las condiciones de deformación y las del costo razonable —en todos los casos—; estos elementos determinan el problema directamente.

También se puede considerar el caso de cubierta como un caso más de tipo de uso, con las variantes posibles en función del tipo de cubierta, inclinación, necesidad de aislamiento y sus correspondientes capas de terminación, deformación admisible y costo.

En el ábaco de la Figura 26 se establecen las relaciones de valores entre carga y uso para los distintos casos posibles. Se señala la variación máxima de carga total para cada uso y correspondiente sobrecarga, contra los valores de carga por peso propio, en función del canto del elemento horizontal. Se señalan las áreas afectadas por la necesidad de aislamiento acústico:



**Figura 26. RELACIÓN CARGA a USO EN EDIFICIOS**

La estabilidad de todas las variables que intervienen es muy alta. La gráfica de la Figura 27, variante de la anterior, relaciona los valores de la carga total con los valores del canto para varios tipos de forjado; los usos diferentes resultan en incrementos de carga constante, que se representan por líneas paralelas. La variación de carga total para cada uso es prácticamente una recta, con más pendiente en el caso de losas macizas —en cuyo caso la carga final es mucho más sensible al canto por el incremento del peso propio— y con menor inclinación para los otros tipos. Se han suprimido los sectores que incumplen la NBE-CA-88.



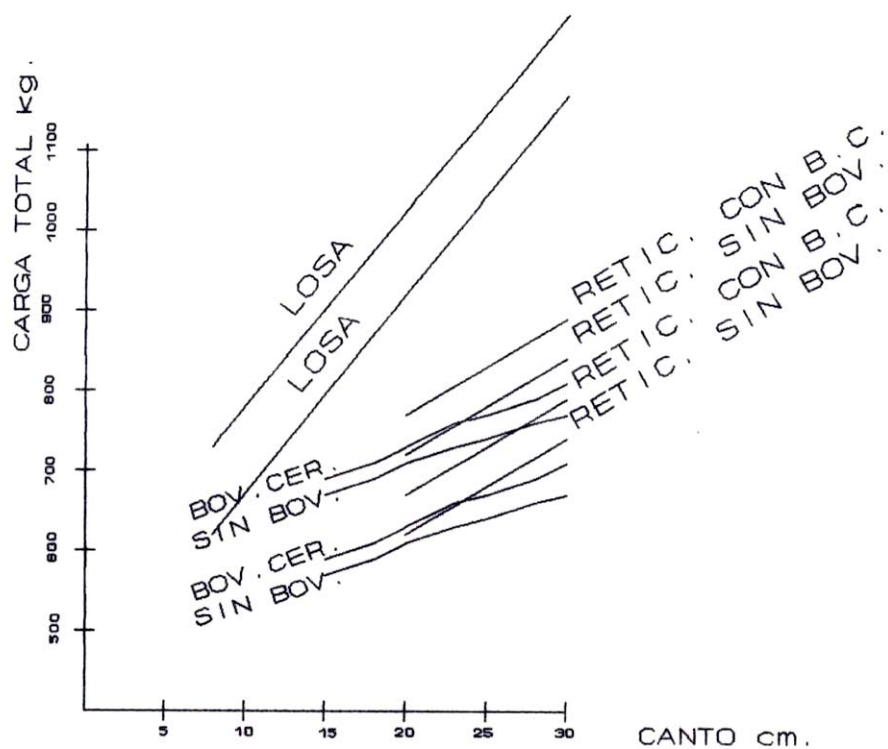


Figura 27. RELACIÓN CARGA TOTAL a CANTO DEL FORJADO

#### **2.4.4. Relación entre uso y criterios formales**

La consideración de la relación entre los usos y los criterios formales que pueden ir asociados a ellos, puede determinar de forma radical algunos elementos estructurales, lo que obliga a su consideración desde el inicio del proceso. Por ejemplo, el uso de vivienda se beneficia notoriamente de la ausencia de descuelgues de vigas en los techos y de resaltos de pilares en las paredes, especialmente cuando los tamaños de las habitaciones están ajustados.

La aceptación de criterios de este tipo lleva a estructuras de canto limitado en vigas y formas apantalladas en pilares, o con límites de dimensión máxima, e inciden directamente sobre la geometría estructural. En edificios esbeltos, este tipo de decisión puede obligar a incrementar la rigidez del esquema resistente a acción horizontal, lo que puede imponer criterios de diseño diferentes.

Hay importantes limitaciones que pueden obligar a utilizar materiales específicos, como vigas mixtas a flexión y soportes metálicos a compresión; en ocasiones, los huecos y pasos en fachadas y tabiquerías interfieren con los elementos de arriostramiento, forzando soluciones específicas. Las limitaciones de este tipo no tienen siempre el mismo carácter, pueden aparecer como absolutamente obligadas, adecuadas en mayor o menor grado, o simplemente aconsejables. Si se admite la limitación, se puede diseñar la estructura con criterios apropiados y considerar el incremento que supone en cantidad de estructura y complejidad añadida, o en una única variable de coste estructural; sin embargo, no existe un coeficiente de paso o equivalencia que mida con precisión el beneficio formal obtenido a efectos de comparación con el coste estructural.

Otro aspecto de difícil representación para su tratamiento sistematizado es el relativo a la interferencia entre estructura e instalaciones.

#### **2.4.5. Relación entre uso e instalaciones**

Análogamente a los criterios formales enunciados en el apartado anterior, el diseño de las instalaciones, aun en edificios de viviendas, puede forzar soluciones estructurales.

Los espacios que las instalaciones requieren obligan a aperturas de huecos o reserva de espacios que en ocasiones son importantes, como, por ejemplo, los destinados a ascensores, ventilaciones, bajantes, canalizaciones verticales para centralizaciones de fontanería y electricidad y conductos de aire acondicionado, para el caso de elementos verticales; y canalizaciones de aire, agua, gas o electricidad para el caso de elementos horizontales que puedan interferir con elementos estructurales.

Los parámetros aquí enunciados, así como los de criterios formales, no son variables simples de codificar; su consideración o no consideración lleva a planteamientos parecidos o diferentes según los casos y, por tanto, a sobrecostos muy distintos. Tampoco pueden ser considerados como datos de entrada del problema a resolver, pues desde el punto de vista de resolución de un problema arquitectónico, aparecen como factores variables y ambiguos con diferentes posibilidades de resolución. La comparación correcta sería entre el sobrecosto estructural y la mejora de funcionamiento obtenida, medida en unidades equivalentes. En la línea del planteamiento aquí expuesto, habría que proceder a resolver las correspondientes estructuras asociadas a cada combinación posible de elementos no estructurales que interese contemplar y decidir, a la vista del resultado final, con un punto de vista más amplio que el meramente estructural. La decisión necesita, como en el epígrafe anterior, un coeficiente de paso que permita traducir las mejoras en sobrecostos equivalentes admisibles.

#### **2.4.6. Conclusiones**

El uso del edificio permite diferentes soluciones de distancias entre soportes y no resulta excesivamente determinista, por satisfacerse con cierta facilidad y con distintas soluciones posibles. Esto es más evidente para los usos más compartimentados, como el de viviendas, y menos para los diáfanos, como garajes y públicos.

La determinación sobre las cargas es más precisa, permitiendo un margen estrecho de variación, que depende en segundo lugar de la luz a flexión que hay que cubrir; la carga resulta calculable si se definen el uso y la modulación.

Los criterios formales y las instalaciones del edificio no permiten, en rigor, un tratamiento comparativo para las distintas soluciones; faltan coeficientes de equivalencia y únicamente se enumeran los aspectos básicos del problema.

## 2.5. ALTURA TOTAL DEL EDIFICIO

El valor de la altura total del edificio suele ser un dato en la mayoría de los proyectos, y ello es debido a que depende generalmente de condiciones externas, como el aprovechamiento máximo de las posibilidades edificatorias que marcan las Ordenanzas Urbanísticas de aplicación, o de consideraciones de tipo formal. Por tanto, tiene pocas posibilidades de variación y es por ello muy estable, no siendo, por lo general variable dentro de cada problema. Su valor potencial es también alto, pues incide en muchas variables —y en algunas, de forma muy importante—.

La altura del edificio define la distancia máxima desde la que se deben trasladar cargas al terreno, traslado en el cual la compresión va a ser un aspecto fundamental.

### 2.5.1. Relación altura a acción vertical

Existe una relación de primer orden entre altura y estructura vertical, tanto para acciones verticales como para acciones horizontales.

Para cada tipo de acción considerado se pueden plantear las correspondientes sollicitaciones globales que tienen que ser resistidas; si en una primera aproximación se plantea el problema a nivel de sección, prescindiendo de la consideración de pieza —y, por consiguiente, del problema de estabilidad—, el área resistente ante la carga vertical crecerá linealmente como lo hace la sollicitación a compresión, siendo poco sensible a la variación del momento flector, que por lo general, sólo repercutirá en un incremento del área de armadura. En la Figura 28 se representa la relación existente entre altura y cantidad estricta de sección —sin considerar la repercusión de la estabilidad— necesaria para soportar la carga vertical. La relación es lineal y los escalones se corresponden con la altura de piso, que marca el punto de incremento de carga; si se considera el incremento de forma gradual, dividiendo la carga por planta por la altura entre plantas —equivalente a la densidad media del edificio—, el resultado es una recta cuya pendiente es la resistencia media unitaria del hormigón armado y que es del orden de  $84 \text{ kp/cm}^2$ <sup>44</sup>.

---

<sup>44</sup>. Valor obtenido para Hormigón **H-200** con una tensión de trabajo para el hormigón de  $200 \cdot 0,9 \cdot 0,85 / 1,6 \cdot 1,5 = 64 \text{ kp/cm}^2$ , y con acero **AEH-400N**, en una cuantía de  $90 \text{ kg/m}^3$  de armadura longitudinal que, considerando un 25% de anclajes y la densidad del acero:  $90 \cdot 4000 \cdot 10^{-4} / 0,8 \cdot 1,6 \cdot 1,15 \cdot 1,25 = 20 \text{ kp/cm}^2$

Nº plantas

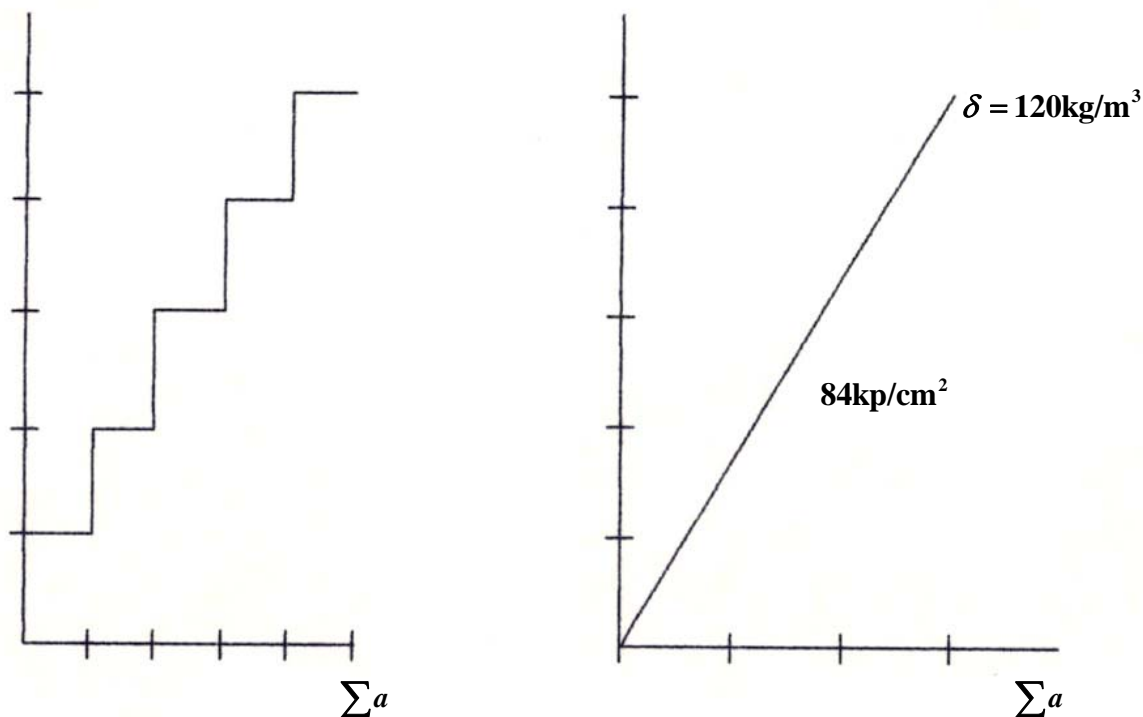
 $Hls$ 

Figura 28. RELACIÓN DE CARGAS a SECCIÓN EN EDIFICIO DE ALTURA.  $\Sigma a$  = suma de áreas de pilares.

Para pórticos de hormigón armado y si no se sobrepasan ciertos valores de esbeltez mecánica<sup>45</sup> —para no entrar en la consideración de pandeo en soportes—, la gráfica se adapta bastante al resultado final; incluso se puede considerar una cierta penalización por el incremento que en pilares sea necesario, en los casos en que se precise mayor rigidez a deformación, o mayor resistencia a flexión, por existir vanos muy desiguales.

No obstante, hay que considerar también que la gráfica dibujada es independiente de las distancias entre apoyos, y, a efectos de comparación entre distintas soluciones de hormigón armado, la concentración de cargas disminuye el coste de los pilares por disminución del perímetro y del coste del encofrado. Además, hay que considerar que el elemento mínimo resis-

<sup>45</sup>. En la Norma española EH-88 es  $L_p/i > 35$

tente en hormigón —25·25cm con 4 $\phi$ 12— cubre 52t de carga, y el mínimo perfil de acero laminado, 20t —equivalentes respectivamente a 80m<sup>2</sup> y 30m<sup>2</sup> de forjado con uso de vivienda—, lo que lleva a sobrecostos importantes en el tramo de elementos que soportan cargas inferiores. Se puede llegar a establecer la relación de altura a material de soportes, a través de la carga y la modulación de planta, con el procedimiento que se trata a continuación.



### 2.5.1.1. Relación altura a material de la estructura vertical<sup>46</sup>

Analíticamente, el valor de la superficie total estricta y necesaria para soportes —sin considerar estabilidad—, en función de la altura total es:

$$\sum a = \frac{\delta H A}{\sigma_p}$$

$\delta$  = Densidad del edificio; entre 230 y 300kg/m<sup>3</sup> —uso vivienda o uso público—

$H$  = Altura total del edificio

$A$  = Área de la planta

$\sigma_p$  = Resistencia media admisible del material

Para soluciones con hormigón armado y acero laminado, considerando los mínimos de carga que cubre el soporte de menor sección constructivamente posible, y utilizando una unidad de equivalencia entre materiales diferentes, como puede ser el coste específico estructural del acero de armar **AEH-500N**, se puede determinar el material estructural que interesa, en función de la altura del edificio y la dimensión media de las luces.

Para unos costos de:

— Hormigón **H-200** = 90kgφ/m<sup>3</sup>

— Encofrado = 12kgφ/m<sup>2</sup>

— Estribos = 1,35kgφ/m<sup>2</sup>

Los estribos son prácticamente proporcionales a la superficie lateral del soporte en una cuantía de  $0,28 \cdot 60,008 \cdot 10^2 = 1,35$  —sección · n° estribos · densidad—

---

<sup>46</sup>. El desarrollo de este capítulo se basa en el curso de diseño de estructuras de la E.T.S.A.M., de Ricardo Aroca.

— Acero laminado =  $1,25\text{kg}\phi/\text{kg}$

Los costes específicos del hormigón para armar, acero de armar y acero laminado serán:

$$CEEC = 90 \cdot 1,5 \cdot 1,6 / 200 \cdot 0,9 \cdot 0,85 \cdot 10 = 0,14\text{kg}\phi/\text{tm}$$

—Sin considerar el coste del encofrado—

$$CEES = 1 \cdot 0,8 \cdot 1,15 \cdot 1,6 \cdot 10^3 \cdot 1,25 / 5000 = 0,37\text{kg}\phi/\text{tm}$$

—Considerando un 25% de incremento por anclaje—

$$CEEA = 1,25 \cdot 0,8 \cdot 1,5 \cdot 10^3 / 2600 = 0,58\text{kg}\phi/\text{tm}$$

Para un soporte de hormigón armado con una repercusión media de encofrado de  $12\text{m}^2/\text{m}^3$  y una cuantía media de armado longitudinal de  $90\text{kg}/\text{m}^3$ , el coste del  $\text{m}^3$  de hormigón armado será:

$$90\text{kg}\phi/\text{m}^3 + 90\text{kg}\phi/\text{m}^3 + (12\text{kg}\phi/\text{m}^2 + 1,37\text{kg}\phi/\text{m}^2) \cdot 12\text{m}^2/\text{m}^3 = 340\text{kg}\phi/\text{m}^3$$

(hormigón) (acero) (encofrado) (estribos)

Y el *CEE* de soportes de hormigón armado:

$$CEEC_{\text{soporte}} = 340\text{kg}\phi/\text{m}^3 / 840 = 0,40\text{kg}\phi/\text{tm}$$

coste/ $\text{m}^3$  resistencia h.a.

Siendo el *CEE* de soportes de acero laminado:

$$CEEA_{\text{soporte}} = 0,58\text{kg}\phi/\text{tm} \cdot 1,2 \cdot 1,15 \cdot 1,1 = 0,88\text{kg}\phi/\text{tm}$$

incremento por pandeo, salto de catálogo y elementos de unión

La solución de soportes de hormigón con una altura de 2,8m y carga de uso de vivienda de  $650\text{kp}/\text{m}^2$ , significa una repercusión por  $\text{m}^2$  que se obtiene en función del número de plantas, *n*, y el valor correspondiente del *CEEC*<sub>soporte</sub> :

$$0,65 \cdot 2,8 \cdot 0,40 \frac{n+1}{2} = \frac{n+1}{2,85} \text{ kg}\phi/\text{m}^2$$

Valor que se duplica en el caso de que la superficie de carga sea inferior a la que cubre el soporte mínimo. Si  $n'$  es el número de plantas en que la superficie es inferior al mínimo, el coste de repercusión es:

$$\frac{n+1}{2,85} + \frac{n'+1}{2,85} \text{ kg}\phi/\text{m}^2$$

El número de plantas penalizadas por soporte mínimo, para pilar de hormigón y uso de vivienda, será:

$$n' = \frac{80\text{m}^2}{ls} - 1$$

Siendo  $l$  y  $s$  las luces de modulación.

Para  $n' > n$ , el coste del mínimo soporte de hormigón de 25·25cm es:  $340\text{kg}\phi/\text{m}^3 \cdot 2,8\text{m} \cdot 0,0625\text{m}^2 = 60\text{kg}\phi$ , con una repercusión por  $\text{m}^2$  de  $60/ls$ . En el caso de que  $n' < n$ , la expresión anterior se convierte en:

$$\frac{60}{ls} + \frac{n-n'}{2,85} \text{ kg}\phi/\text{m}^2$$

Sustituyendo  $n'$  por su valor, queda la expresión:

$$\frac{32}{ls} + \frac{n-2,85}{2,85} \text{ kg}\phi/\text{m}^2$$

En acero laminado el coste correspondiente por  $m^2$  es, análogamente:

$$0,65 \cdot 2,8 \cdot 0,88 \frac{n+1}{2} = 0,8(n+1) \text{ kg}\phi/m^2$$

El valor mínimo de superficie que cubre el acero laminado es suficientemente bajo para poder tener incidencia y permite utilizar una sola expresión.

Sólo resta comparar las dos soluciones:

	hormigón armado	acero laminado
$n > n'$	$32/l_s + (n - 2,85)/2,85$	$0,8(n+1)$
$n < n'$	$60/l_s$	$0,8(n+1)$

La primera comparación es siempre favorable al hormigón, que supone menor costo.

Los resultados de la segunda comparación se expresan en la Tabla IV.

El soporte metálico ocupa mucha menos superficie que el de hormigón y crea menos problemas de interferencias con elementos de cerramiento y de tabiquería. Para medir la diferente solución arquitectónica se puede usar una variable de paso adicional  $k$ , que significa el incremento de coste aceptado por el cambio que supone la mejora introducida.

---

 Tabla IV. COMPARACIÓN ENTRE SOPORTES DE HORMIGÓN ARMADO Y ACERO LAMINADO
 

---

N° PLANTA DESDE LA ULTIMA	MÁXIMO MÓDULO POR SOPORTE $l_s$ EN ACERO LAM.m <sup>2</sup>	MÓDULO CORREGIDO		
		$K = 1,2$	$K = 1,5$ <sup>m<sup>2</sup></sup>	$K = 2$
1	37	45	56	75
2	25	30	37	50
3	19	22	28	36
4	15	18	22	30
5	12	15	19	25
6	11	13	16	21
7	9	11	14	19
8	8	10	12	17
10	7	8	10	14
11	6	7	9	12
12	6	7	9	12

Para valores de superficie de módulo superiores a los indicados es más económica la estructura de hormigón que la de acero

FUENTE: RICARDO AROCA

---

Como se observa en la Tabla IV, el uso del acero laminado en soportes depende, o es sensible, a la modulación utilizada y al número de plantas; tiene interés para modulaciones pequeñas, y tanto más pequeñas cuanto mayor sea la altura. Sin embargo, el incremento del área necesaria con solución de hormigón armado provoca a menudo que la elección del material provenga principalmente del aprovechamiento del espacio.

En el dimensionado en pórticos de hormigón, hay que considerar la forma de la sección, ya que la irregularidad de luces conduce a sollicitaciones de flexión-compuesta y sobredimensionado en pilares. A mayor rigidez corresponde mayor sollicitación, y a mayor resistencia, menos sobredimensionado —la rigidez crece con el cubo del canto, hasta que se produce la fisuración de la sección, y con el canto y el área de acero a partir de entonces, por su parte la resistencia crece con el cuadrado del canto—. En plantas bajas con secciones importan-

tes y, por tanto, rígidas, interesa el incremento en la dirección del pórtico. En las plantas altas, ya sobredimensionadas, y en las intermedias, con rigidez del orden del 20% del total, es indiferente la dirección del incremento. No obstante, en análisis no lineal, la situación final es que para la carga de rotura se igualan los momentos en vigas con armadura pasante a ambos lados del pilar, con lo que la sollicitación en éste es sólo axial.

Sustituyendo la resistencia admisible del material por la del terreno, se tiene en primera aproximación el valor del área necesaria por la cimentación.

### 2.5.1.2. Estabilidad a carga vertical

Para el diseño de estructuras de pórticos de hormigón<sup>47</sup> en los que se necesite limitar el desplazamiento en cabeza, las relaciones consideradas en el epígrafe anterior sirven sólo como primera aproximación, ya que el área de estructura vertical para cargas gravitatorias no tiene una relación lineal con la altura, ni aun considerando que exista relación lineal constante entre acciones y solicitaciones globales a compresión. En este caso, el área debe contribuir a limitar la deformación, además de resistir.

La característica fundamental es que existe un problema de estabilidad ante la sollicitación de compresión; hay que considerar la modificación de la forma primitiva, anterior a la entrada de la carga, y la forma resultante en su situación final, por lo que puede ser necesario un análisis en segundo orden, contando con la posición de la estructura deformada.

En una primera etapa de definición general, esta alteración de la hipótesis inicial puede ser considerada de forma simplificada; pero en ocasiones puede convertirse en determinante de la solución.

Las hipótesis iniciales siempre resultan alteradas por la deformación de la estructura, y el carácter de la alteración determina la solución. Si se supera el límite de estabilidad física que cada problema tiene implícito, no existe una solución estable y no hay posibilidad de resolución; si no se supera, la posibilidad existe. Matemáticamente, el significado es el mismo; la estabilidad física conlleva la matemática, en el sentido de determinación del resultado: leves alteraciones conducen al mismo efecto; y la inestabilidad física supone la

---

<sup>47</sup>. Las estructuras de acero laminado necesitan, o una solución constructiva que asegure la rigidez de los nudos, o un elemento específico estabilizador independiente.

indefinición matemática del resultado: leves alteraciones conducen a errores exponenciales en la determinación del efecto.

La compresión precisa de un análisis afinado, para averiguar si la deformación producida modifica la situación inicial hasta agotar la resistencia. Como la sollicitación en la pieza depende de la estructura deformada, es necesario prever de alguna manera la deformación al diseñar la forma.

El comportamiento se puede analizar considerando ciclos repetitivos que simulen lentamente el proceso real de la entrada de la carga. Por tratarse de análisis, hay que probar con una pieza elegida; si el alejamiento del punto inicial se incrementa de forma progresiva, hay que cambiar el diseño, la solución no es estable; pero incluso incrementos decrecientes pueden obligar a ello, si se superan las características resistentes del material, debido al incremento de la sollicitación, amplificada por el proceso.

Utilizando la definición de estabilidad matemática, el sistema es estable cuando la respuesta es prácticamente la misma para datos similares del problema, o tiene el mismo orden de variación, lo que garantiza, en general, la fiabilidad de conclusiones aproximadas. Es inestable cuando pequeñas variaciones de los datos dan resultados muy diferentes, lo que obliga a considerar los detalles, por poco significativos que fueran para el caso anterior<sup>IV</sup>.

Para alcanzar la estabilidad física de la estructura hay que contar con la rigidez, no se trata de un problema de resistencia; por ello, si las necesidades resistentes mínimas no dotan de la necesaria rigidez a la estructura, hay que incrementar ésta con el menor sobredimensionamiento posible.

Aunque lo usual es que la resultante de carga tenga cierta inclinación, existiendo una componente horizontal, este tema se analiza posteriormente. En primer lugar, interesa la relación de altura a acción vertical que tiene que considerar el problema de estabilidad del traslado de la carga.



En función del problema estructural, el traslado al terreno de cargas situadas a una cierta altura por compresión puede forzar formas o soluciones específicas: cantos en vigas o pilares de hormigón en una o ambas direcciones —para limitar las deformaciones en esas direcciones—; arriostramientos o pantallas para estructuras muy deformables, como las metálicas o las muy esbeltas, etc..

Con arriostramiento en forma de cruz, la rigidez del arriostramiento debe cumplir la ecuación:

$$E A_d \geq \frac{Q}{\cos^2 \alpha \sin \alpha}$$

**$E$**  = Módulo de elasticidad de la diagonal

**$A_d$**  = Área de la diagonal

**$Q$**  = Carga vertical total por encima de la planta

**$\alpha$**  = Ángulo de la diagonal con la horizontal

Para valores de  $\alpha$  entre 30° y 60°, que son los más usuales, y cargas máximas de 700t por planta, difícilmente superables si se disponen juntas de dilatación, basta con disponer 1cm<sup>2</sup> por planta para cumplir la condición anterior.

En el caso de arriostramiento por muros de fábrica, es la rigidez transversal de éstos lo que debe estabilizar el conjunto, y hay que cumplir la ecuación:

$$eLG\frac{\delta}{h} \geq \frac{Q\delta}{h}$$

$e$  = Ancho del muro

$L$  = Longitud del muro

$G$  = Módulo de elasticidad transversal

$\delta/h$  = Distorsión angular del muro de altura  $h$

Con muros de fábrica, basta con disponer  $350\text{cm}^2$  de sección horizontal de material por cada planta para cumplir la ecuación<sup>I</sup>.

Para casos de pórticos de hormigón armado, en que todos intervengan en la resistencia, y para las cargas y esbelteces habituales, el problema de estabilidad ante cargas verticales no es crítico. La condición de estabilidad es:

$$2T \geq Q\frac{\delta}{h}$$

$$2\frac{2M}{h} \geq Q\frac{\delta}{h}$$

$T$  = Valor del cortante en cada pilar

$M$  = Valor del momento en cada pilar

Como 
$$\theta = \frac{\delta}{h} = \frac{M}{6E} \left( \frac{l}{I_v} + \frac{h}{I_p} \right)$$

$I_v$  = Inercia de la viga

$I_p$  = Inercia del pilar

Se debe cumplir:

$$\frac{24E}{Q} > h \left( \frac{l}{I_v} + \frac{h}{I_p} \right)$$

Para valores de

$$Q = 0,7 \cdot 106 \cdot n \text{ kp}$$

$$E = 0,2 \cdot 106 \text{ kp/cm}^2$$

$$h^2 = 9 \cdot 102 \text{ cm}^2 \quad \text{resulta que:}$$

$$\frac{l/h}{I_v} + \frac{1}{I_p} < \frac{1}{12500n}$$

Condición fácil de cumplir aun existiendo un solo recuadro rígido en cada planta y dirección; si hay varios, se multiplica el segundo miembro por el número de ellos.

En la práctica, la estabilidad global o local influye muy poco en la repercusión de soportes de hormigón armado; el criterio de dimensionado de vigas es más importante para reducir el desplazamiento vertical ante cargas horizontales, tema que se trata en el siguiente apartado.

### 2.5.2. Relación altura a acción horizontal

Las acciones horizontales sobre la estructura son las presiones, fuerzas o aceleraciones equivalentes al efecto del viento, de las acciones térmicas, del sismo, etc., que actúan sobre el edificio, o de desviaciones o inclinaciones de las cargas gravitatorias con respecto a la geometría, supuesta vertical, de la estructura; sus valores dependen en cierto grado de la altura.

#### 2.5.2.1. Relación acción viento a altura

El viento se analiza mediante la hipótesis sustitutoria de una presión dinámica prácticamente uniforme, en función de su velocidad:

$$w = \frac{v^2}{16}$$

$w$  = Presión dinámica del viento en  $\text{kp/m}^2$

$v$  = Velocidad en  $\text{m/s}$

La velocidad depende, a su vez, de la altura topográfica y de la situación del edificio, y se encuentra tabulada en la Norma NBA-AE/88 para los casos convencionales, dejando fuera los especiales, como acantilados, cornisas, desfiladeros, etc., que hay que estudiar específicamente. La sobrecarga superficial sobre un elemento se determina como el producto de la presión dinámica por un coeficiente eólico  $c$ , que depende de la disposición, a barlovento o sotavento, del ángulo de incidencia, del tipo de edificio y superficie.

El coeficiente eólico total de sobrecarga tiene un valor de 1,2 para construcciones prismáticas —igual a suponer un empuje de 0,8 más una succión de 0,4—.

La norma codifica la presión para tres márgenes de variación en función de la altura; también se puede obtener una función entre presión y altura, que define un valor para cada altura  $H$  de forma continua en lugar de discreta:

situación normal:  $p(H) = 38H^{0,28}$  y no mayor que  $150 \text{ kp/m}^2$ .

situación expuesta:  $p(H) = 78H^{0,16}$  y no mayor que  $180 \text{ kp/m}^2$ .

Si se sustituye cada curva por un diagrama bi-lineal, se linealiza la relación con un error mínimo y del lado de la seguridad. Las ecuaciones son:

situación normal:  $p(H) = 50 + 2H$  para  $H \leq 30$  en  $\text{kp/m}^2$   
 $p(H) = 95 + 0,45H$  para  $H > 30$  en  $\text{kp/m}^2$

situación expuesta:  $p(H) = 100 + 1,5H$  para  $H \leq 30$  en  $\text{kp/m}^2$   
 $p(H) = 145 + 0,2H$  para  $H > 30$  en  $\text{kp/m}^2$

En la gráfica de la Figura 29 se señala el valor de la acción de viento con tres escalones de variación a lo largo de la altura —como plantea la Norma española—, con la curva exponencial y con la función bi-lineal equivalente. En situaciones protegidas se pueden considerar entornos de hasta 30 metros de altura en los que la velocidad es constante.

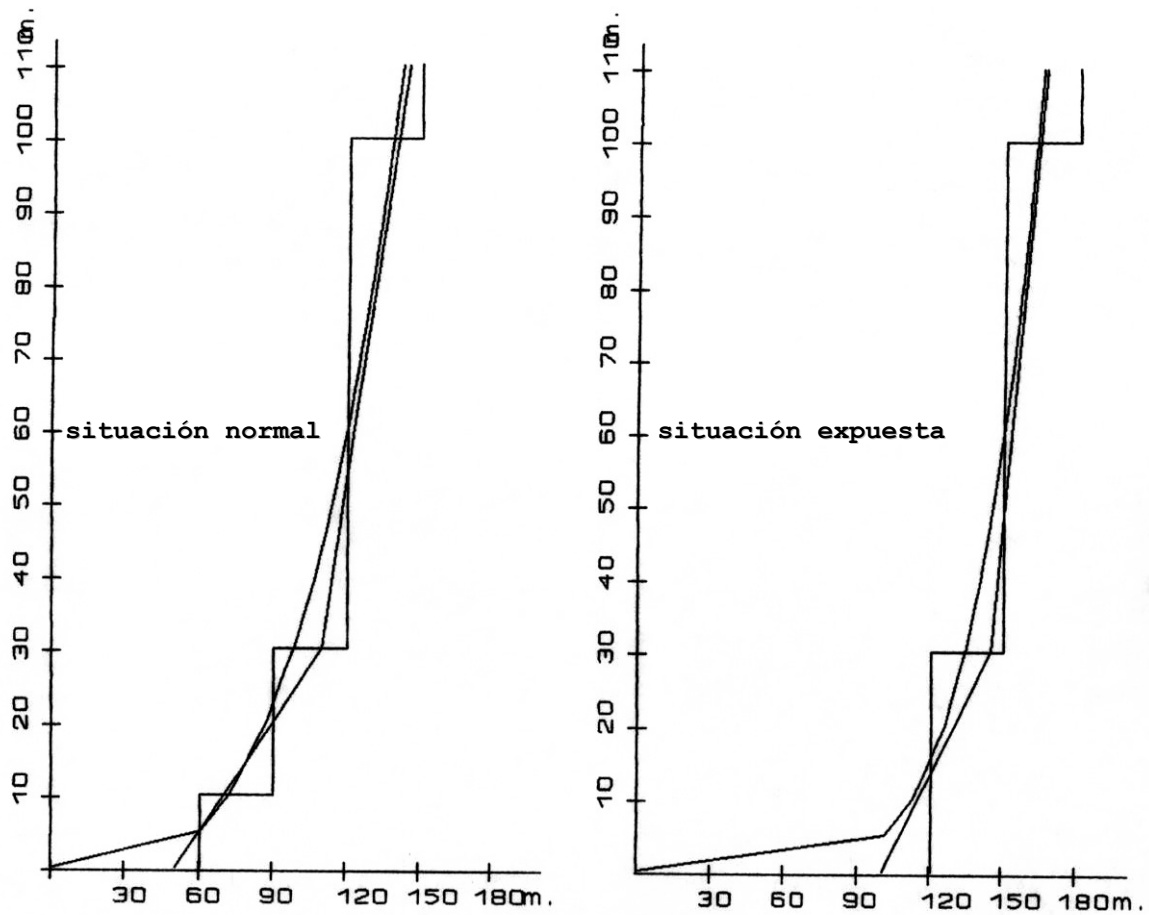


Figura 29: Relación altura a acción de viento

Ante la acción horizontal, la relación entre sollicitación global a viento y estructura vertical del edificio es más variada, por la posibilidad de diferentes mecanismos resistentes.

La sollicitación global de momento debida a la acción del viento varía según la ecuación:

$$M_w = \int p(H)B(H_t - H)\delta H$$

$M_w$  = Momento global debido a la acción de viento  
 $p(H)$  = Sobrecarga de viento por m<sup>2</sup> variable con  $H$   
 $B$  = Ancho total del edificio  
 $H_t$  = Altura hasta la coronación del edificio  
 $H$  = Altura del punto de corte

Tomando como origen de  $H$  la cota del suelo.

La presión del viento se considera uniforme en las fachadas, éstas transmiten el esfuerzo a los forjados y la rigidez de éstos consigue que colaboren en la resistencia global los pórticos existentes en la dirección del esfuerzo de viento.

Los pórticos trasladan esta carga a cimentación, y la energía mecánica del empuje se transforma en trabajo de deformación de la estructura.

Los aspectos generales que hay que contemplar, desde el punto de vista del diseño del mecanismo global, son la necesidad de dar estabilidad general al edificio, resistir las sollicitaciones debidas al traslado de las cargas y tener suficiente rigidez para que la deformación producida no supere los límites determinados por la resistencia de los elementos sustentados, o los adecuados para el uso y funcionamiento correctos.

### 2.5.2.2. Estabilidad ante acción horizontal

La estabilidad ante el empuje horizontal sólo se puede lograr con la movilización de la carga gravitatoria, con objeto de que la resultante total quede dentro de la base del edificio.

Para asegurar la estabilidad al vuelco ante una acción horizontal, basta con cumplir un valor de esbeltez mínimo en las direcciones correspondientes.

Este es un valor límite, que no puede superarse en ningún caso, por lo que precisa de margen o coeficiente de seguridad. Sin embargo, no suele resultar determinante cuando toda la estructura vertical del edificio contribuye a la resistencia a acción horizontal.

Cuando no contribuyen todos los pórticos, hay que considerar sólo los elementos correspondientes; el aspecto de la estabilidad puede entonces invalidar algunas soluciones.

En el caso de un paralelepípedo, se tiene que cumplir que:

$$\frac{W}{N} \leq \frac{A}{H_i \Gamma}$$

**$W$**  = Carga total de viento sobre el edificio

**$N$**  = Carga total gravitatoria permanente

**$A$**  = Profundidad del edificio en la dirección de  **$W$**

**$H_i$**  = Altura total del edificio

**$\Gamma$**  = Coeficiente de seguridad adoptado



Por lo que la esbeltez máxima del edificio en cada dirección  $H_t/A$  debe cumplir:

$$\frac{H_t}{A} = \frac{\delta A B H_t}{p(H) B H_t \Gamma} = \frac{\delta}{p(H)} A < \frac{\delta}{1,6(50 + 2H_t)} A$$

$\delta$  = Densidad mínima del edificio  $\approx 130\text{kg/m}^3$

$B$  = Fachada del edificio sobre la que empuja el viento

$p$  = Presión del viento por  $\text{m}^2$

-Para  $\Gamma = 1,6$  y situación normal a viento con  $H < 30\text{m}$

En la Figura 30 se representa la gráfica que relaciona alturas máximas con el ancho del elemento resistente, para los distintos valores de  $p(H)$ .

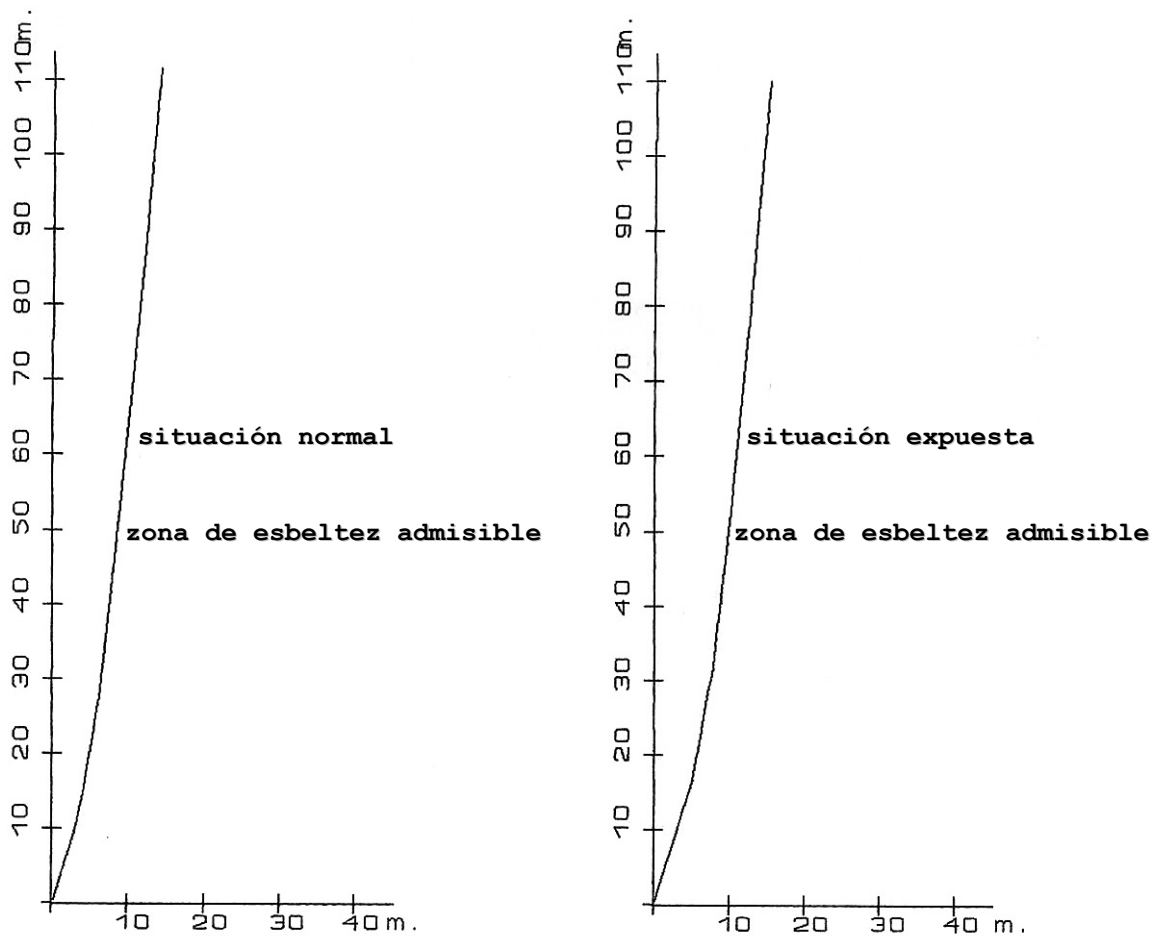


Figura 30: Esbeltez máxima por estabilidad ante viento

La esbeltez límite depende de la profundidad  $A$ , por lo que un edificio puede ser más esbelto cuanto mayor sea su tamaño. Sin embargo, al incrementarse el valor unitario de la acción horizontal, el margen de variación de esbeltez es menor. En la Tabla V se expresan los valores límite  $H_t/A$ .

**Tabla V: ESBELTEZ LIMITE**

SIT. NORMAL	$A$	$H_t/A_{límite}$	SIT. EXPUESTA	$A$	$H_t/A_{límite}$
	3	3,3		3	2,2
	4	3,7		4	2,8
	5	4,2		5	3,3
	6	4,5		6	3,7
	8	5,6		8	4,3
	10	6,5		10	5,2
	13	7,6		13	6,5
	15	8,1		15	7,3

Si existen elementos específicos para resistir el empuje horizontal, el límite a la esbeltez depende de la profundidad del elemento resistente en la dirección del viento, y de la carga permanente que moviliza dicho elemento.

En este caso, la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$\text{esbeltez} \leq \frac{\delta}{p(H)\Gamma_f} A \alpha \beta$$

$A$  = Profundidad del edificio en la dirección del empuje

$\alpha$  = Relación del peso permanente que carga sobre el pilar más traccionado del pórtico resistente al viento, al peso total que hay que equilibrar

$\beta$  = Relación de la profundidad del pórtico resistente al viento, a la profundidad total

Para los valores de carga de vivienda y menos de 10 plantas, si existen pórticos resistentes a viento con valores de  $\alpha=0,25$  y  $\beta=0,8$ , el límite de esbeltez es el de la Tabla V por el factor  $\alpha\beta=0,2$ .

Para arriostramientos con  $\alpha=0,20$  y  $\beta=0,25$ , el factor es 0,05.

Para pantallas con  $\alpha=0,20$  y  $\beta=0,60$ , es 0,12.

En edificios arriostrados por elementos perimetrales en las fachadas con  $\alpha=0,50$  y  $\beta=1$ , el factor es 0,5.

Y en edificios con núcleo rígido y estructura colgada o apoyada en ménsulas con  $\alpha=1$  y  $\beta=0,3$ , el factor es 0,3.

El cálculo de la estabilidad invierte los términos del problema, permite definir las características geométricas que interesan para resistir el vuelco, despejándolas de la ecuación que relaciona los distintos parámetros que intervienen.

El problema de la estabilidad se convierte en un problema de geometría.

### 2.5.2.3. Resistencia ante acción horizontal

La condición de resistencia para la solución de arriostramiento por triangulaciones con diagonales, se expresa en cada corte horizontal de la estructura como:

$$\sum A_i \sigma_s \cos \alpha = W$$

$\sum A_i$  = Suma de áreas de diagonales.

$\sigma_s$  = Tensión unitaria del material,  $2.600/\Gamma_f$  kp/cm<sup>2</sup>

$\alpha$  = Ángulo de la diagonal con la horizontal

$W$  = Esfuerzo horizontal total por encima del corte

Siendo  $W = p(H)B(H_i - H)$

Para los ángulos más usuales, entre 30° y 45°, el valor del  $\cos \alpha$  está entre 0,7 y 0,8, por lo que la relación en primer orden de magnitud entre acción y área del arriostramiento es una constante:

$$\frac{W}{\sum A_i} = 1.200 \text{ kp/cm}^2$$

De la misma forma, la sobrecompresión en pilares tiene como valor aproximado:

$$\delta A_p \sigma_s = Wh/L$$

$\delta A_p$  = Sobrecompresión en pilares

$h$  = Altura de planta

$L$  = Profundidad del arriostramiento

Por lo que la relación entre acción y incremento de área está en proporción inversa a la esbeltez del recuadro arriostrante:

$$\frac{W}{\sum A_p} = 1.730 \frac{L}{h} \text{kp/cm}^2$$

Con pórticos de nudos rígidos y para diseños de luces y secciones regulares, las solicitaciones en cada planta ante acciones horizontales de valor total  $W_i$  son, aproximadamente:

$$T_v = W_i \frac{h}{B} \quad \text{cortante en vigas}$$

$$T_p = W_i \frac{L}{B} \quad \text{cortante en pilares}$$

$$M_i = W_i \frac{Lh}{2B} \quad \text{momento en vigas y pilares}$$

$$\delta N_i = W_i \frac{h}{B} \quad \text{sobrecompresión en pilares}$$

**$B$  = Ancho total del pórtico**

Para luces desiguales, los vanos más rígidos tienen más cortante y más pendiente en el diagrama de momentos. Para cualquier diferencia de rigidez entre vanos, la eficacia resistente ante el momento global disminuye y se incrementa la sobrecompresión.

La relación del viento acumulado por encima de cualquier corte horizontal de la estructura con respecto a la solicitud de cortante para pilares y vigas, a la de momento en nudos y a la de sobrecompresión de pilares, es constante. La

acumulación de estas sobrecompresiones permite una respuesta incrementada al diagrama parabólico de momentos globales.

La ventaja de las relaciones simplificadas obtenidas en los párrafos anteriores es que permiten determinar la sollicitación —y, por tanto, la sección— directamente, al no hacer depender la sollicitación de la forma de la sección, y con un error de apreciación suficientemente acotado, que en una segunda etapa de determinación no obliga a modificar las decisiones más generales tomadas previamente.

#### 2.5.2.4. Deformación ante acción horizontal

En arriostramientos de acero laminado, con barras estrictamente diseñadas, es relativamente fácil acotar la deformación debida al alargamiento de las diagonales, ya que el acortamiento y alargamiento de pilares y vigas se puede despreciar por estar dimensionados para solicitaciones mayores provenientes de la carga vertical.

$$\text{como } \delta = \frac{\varepsilon_d d}{\cos \alpha} \text{ resulta } \theta = \frac{\delta}{h} = \frac{\varepsilon_d}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$\delta$  = Proyección horizontal de la deformación

$\varepsilon_d$  = Deformación unitaria de la diagonal

$d$  = Longitud de la diagonal

$\alpha$  = Ángulo de la diagonal con la horizontal

$h$  = Altura del recuadro

$\theta$  = Distorsión

A partir de la ecuación anterior, se puede poner:

$$\theta = \frac{2\varepsilon_d}{\sin 2\alpha} \text{ de donde resulta que la distorsión es mínima}$$

para  $\alpha = 45^\circ$ , y para los valores  $\alpha = 30^\circ$  y  $\alpha = 60^\circ$  sólo aumenta un 15%.

Si el criterio de dimensionado es el mismo para las distintas plantas, la distorsión del recuadro será constante en toda la altura y el edificio tendrá una inclinación uniforme.

Para una distorsión límite de  $1/750$  de la altura, la deformación y tensión del material serán en función del ángulo:

$$\frac{1}{750} = \frac{2\varepsilon_d}{\sin 2\alpha} \text{ y para } \alpha = 45^\circ \quad \varepsilon_d = 0,67 \cdot 10^{-3}$$

por lo que la tensión límite utilizable del material será  $\sigma = 1,4 \text{ t/cm}^2$ .

La rigidez de la triangulación es igual a  $W/\theta$  y depende principalmente del área de la barra y del ángulo con la horizontal. Por equilibrio de las componentes horizontales se tiene:

$$N_d = \frac{W}{\cos \alpha} \quad \text{y, por tanto, } W = AE \varepsilon_d \cos \alpha$$

$N_d$  = Solicitación de la diagonal

$W$  = Acción horizontal sobre el arriostramiento

$A$  = Área de la diagonal

$E$  = Módulo de elasticidad del material

$$\text{como} \quad \cos \alpha = \frac{\varepsilon_d d}{\delta} = \frac{\varepsilon_d h}{\delta \sin \alpha}$$

$$\varepsilon_d = \frac{\delta \cos \alpha}{h / \sin \alpha} \quad \text{y, por tanto, } \delta = \frac{Wh}{AE \cos^2 \alpha \sin \alpha}$$

Al ser constante el desplazamiento de cada nivel, cuando las colocaciones de los arriostramientos no tengan simetría en planta, la resistencia al empuje forzará a entrar en carga a los arriostramientos transversales a la acción del viento. Se puede resolver también incrementando la rigidez de cada elemento, en función de la distancia al centro de gravedad de la



acción horizontal, aumentando el área de su diagonal, evitando las torsiones en planta.

En el caso de pórticos de hormigón armado, la relación es más compleja por existir un número mayor de variables; sin embargo, se puede acotar dicha relación, encontrando las relaciones fundamentales entre ellas.

Para pórticos de nudos rígidos, la inclinación del edificio depende del giro de los nudos —dependiente de la rigidez de las vigas— y de la deformación de los soportes.

Para cada recuadro, considerando la rigidez antes de la fisuración, se cumple:

$$\theta = \frac{M}{6E} \left( \frac{l}{I_v} + \frac{h}{I_p} \right)$$

**$M$  = Momento solicitante**

**$E$  = Módulo de elasticidad**

**$l$  = Luz de la viga**

**$h$  = Altura del pilar**

**$I_v$  = Inercia de la viga**

**$I_p$  = Inercia del pilar**

Si se utiliza un mismo criterio de diseño para todas las barras:

$$M = \frac{I}{d/2} \sigma$$

**$I$  = Inercia de la barra —viga o pilar—**

**$d$  = Canto de la sección —viga o pilar—**

**$\sigma$  = Tensión unitaria del material**

Y sustituyendo en el valor de  $\theta$ :

$$\theta = \frac{1}{6E} \left( \frac{2I_v \sigma_v l}{I_v d_v} + \frac{2I_p \sigma_p h}{I_p d_p} \right)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_v + \frac{1}{3} \varepsilon_p \delta_p$$

$\varepsilon_v, \varepsilon_p$  = Deformación unitaria de la fibra más solicitada debida a la acción horizontal. Siendo  $\delta_v = l/d_v$  y  $\delta_p = h/d_p$  —esbeltez de viga y de pilar—

Con lo que la distorsión depende, en primer lugar, de la deformación unitaria y de la esbeltez, variables más manejables que la inercia.

$\varepsilon_v$  y  $\varepsilon_p$  son parte de la deformación total con cargas gravitatorias y de viento combinadas; en la suposición de un comportamiento lineal de la estructura, se puede plantear que:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_t \frac{M}{M_g + M_i}$$

$M_i$  = Momento debido al viento:  $W_i h l / 2B$

$M_g$  = Momento debido a la carga gravitatoria:  $q s l^2 / 12$

$\varepsilon_t$  = Deformación total de la fibra más solicitada

Como  $q s = \frac{Q}{iB}$

$Q$  = Carga gravitatoria total por encima de la planta  $i$

$i$  = Número de planta

$q s$  = Carga por metro lineal de viga

$B$  = Suma de las luces o canto total del pórtico

$$\text{Resulta: } \frac{M_g}{M_i} = \frac{1}{6} \frac{Q}{W} \frac{l}{h} \frac{1}{i} = \frac{K_1}{i}$$

Siendo  $K_i$  función de  $Q/W$  y  $l/h$ , constantes del tipo de edificio.

$$\text{como } \theta_v = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_v = \frac{1}{3} \varepsilon_t \frac{1}{1 + K_1/i} \delta_v$$

$$\text{si } K_2 = \frac{3}{\varepsilon_t} (1 + K_1/i) \quad (\text{función de } \varepsilon_t, Q/W, \text{ y } l/h)$$

Y si se toma para  $\varepsilon_t$  en hormigón armado el valor:

$$(\varepsilon_c + \varepsilon_s)/2 = (0,3 + 1,3) 10^{-3} / 2 = 1/1.250, \text{ resulta que:}$$

$$\theta_v = \frac{\delta_v}{K_2}$$

Los valores de  $K_1$  y de  $K_2$  son los indicados en la Tabla VI, Tabla VII y Tabla VIII. Se han considerado dos tipologías específicas, la de edificios estrechos y la de edificios anchos; con la limitación al giro de vigas en función de la tipología considerada, más ajustada en el caso de edificios anchos —1/750—, que son menos deformables que los estrechos —1/500—.

Tabla VI: Valores de  $K_1 = 1/6(Q_i/W_i)(l/h)$ 

	$l$		3	6	9	12
	$l/h$		1	2	3	4
	$B \approx$	$Q/W$				
edificios estrechos:	10	25	4	8	12,5	17
	20	50	8	17	25	33
edificios anchos:	30	75	12,5	25	37,5	50
	40	100	17	33	50	67

Fuente: Ricardo Aroca

 Tabla VII: Valores de  $K_2$  para edificios estrechos.

edificios estrechos	$l$	3	6	9	12
$Q/W = 25$	$l/h$	1	2	3	4
	$i$				
	5	6.750	9.750	13.125	16.500
	10	5.250	6.750	8.440	10.125
	15	4.750	5.750	6.875	8.000
	20	4.500	5.250	6.000	6.940
Valores límite para $\theta_v = 1/500$ :					
	$\delta_v =$	25	15	10	
	$K_{2\text{mínimo}} =$	12.500	7.500	5.000	

Fuente: Ricardo Aroca

De esta forma se puede establecer una relación entre  $Q/W$ , altura y luz con la esbeltez límite de vigas.

Los pórticos con luces pequeñas son más deformables que los de luces grandes —los momentos de viento crecen con  $l$  y los de las cargas con  $l^2$ —.

Los giros crecen según aumenta  $i$ , —son mayores en plantas bajas—.

Tabla VIII: Valores de  $K_2$  para edificios anchos.

edificios anchos:	$l$	3	6	9	12
$Q/W = 75$	$l/h$	1	2	3	4
	$i$				
	5	13.125	22.500	31.875	41.250
	10	8.440	13.125	17.810	22.500
	15	6.750	9.750	13.125	16.125
	20	6.000	8.440	10.875	13.125

Valores límite para  $\theta_v = 1/750$ :

$$\delta_v = \begin{matrix} 25 & 15 & 10 \end{matrix}$$

$$K_{2\text{mínimo}} = \begin{matrix} 18.750 & 11.250 & 7.500 \end{matrix}$$

Fuente: Ricardo Aroca

Para cada configuración de edificio se puede encontrar una esbeltez mínima que conduce a una deformación admisible.

Las deformaciones debidas a soportes por la aparición de momentos  $M_i$  de viento, se pueden plantear en función de una  $N_{eq}$  a la acción de  $M_i$ :

$$N_{eq} = \frac{M_i}{0,4d} = 1,25W_i \frac{l}{B} \delta_p$$

La sollicitación por carga gravitatoria y por soporte es:

$$N_g = Q_i \frac{l}{B}, \text{ por tanto: } \frac{N_g}{N_{eq}} = \frac{Q}{W} \frac{1}{1,25\delta_p}$$

$l$  = Luz de vano

$B$  = Suma de vanos del pórtico

La deformación debida al viento  $\varepsilon_p$ , es una parte de la total  $\varepsilon_i$ :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_t \frac{1}{1 + N_g / N_{eq}}$$

$$\text{como } \theta_p = \frac{\varepsilon_p}{3} \delta_p = \frac{0,41 \delta_p^2}{1,25 \delta_p + (Q/W)}$$

Para hormigón armado:  $\varepsilon_t = 0,3 \cdot 10^{-3}$

$$\theta_p = \frac{1}{8.000} \frac{\delta_p^2}{1,25 \delta_p + (Q/W)}$$

Que significa una cantidad muy inferior a la debida a las vigas, como se refleja en la Tabla IX, por lo que el diseño debe contemplar principalmente la deformación  $\theta_v$ , como la significativa.

**Tabla IX: Valores de  $\theta_p$**

		$\delta_p$	12	10	7	5
	$B \approx Q/W$					
edificios estrechos:	10 25	1/2.200	1/3.000	1/5.400	1/10.000	
	20 50	1/3.575	1/5.000	1/9.400	1/18.000	
edificios anchos:	30 75	1/5.000	1/7.000	1/13.400	1/26.000	
	40 100	1/6.250	1/9.000	1/17.400	1/34.000	

**Fuente: Ricardo Aroca**

### 2.5.2.5. Efectos de segundo orden

La consideración de la posición deformada de la pieza altera las hipótesis iniciales y obliga a un análisis de segundo orden. La magnitud de las deformaciones, pequeñas en general, no suele ocasionar desviaciones importantes de los resultados —con respecto a su no consideración—. Sin embargo, cuando resulta relevante, su consideración puede llevar a alteraciones importantes del valor de las solicitaciones e incluso de la estabilidad estructural.

El Eurocódigo de hormigón<sup>48</sup> y, más claramente, el de acero<sup>49</sup> admiten la no consideración de los efectos de segundo orden cuando la alteración de la solicitación producida por el desplazamiento obtenido en análisis de primer orden sea inferior al 10% del valor de la solicitación sin considerar el desplazamiento.

En edificios rara vez se supera este valor; así, para un desplome de la cabeza de  $\delta = H/750$ , los términos de comparación son:

$$QH/750 \geq 10\%WH, \text{ o sea, } Q/W \geq 75$$

O, lo que es lo mismo, para cargas normales de vivienda con  $B \geq 30m$ .

Para valores superiores de  $B$  es necesario limitar la deformación para no entrar en consideraciones de segundo orden.

Otro planteamiento permite relacionar en una tabla todos los parámetros:

Si con el edificio descargado y con sólo acción horizontal la inclinación es  $\theta$ , con el edificio cargado la inclina-

---

<sup>48</sup>. Artículos 2.5.1-4, 4.3.5-1/5 y 4.3.5- 3.3/3.

<sup>49</sup>. Artículos: 5.2.5-2/3 y 5.2.5-2/4.

ción será  $\beta\theta$ ; como la componente horizontal de la carga vertical con el edificio en su situación final es  $\beta\theta Q$ , se puede establecer la relación:

$$\frac{W}{\theta} = \frac{W + \beta\theta Q}{\beta\theta} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{W}{W - \theta Q} = \frac{1}{1 - \theta(Q/W)}$$

$\beta$  = Coeficiente de amplificación de la inclinación

El valor de  $\beta$  depende de  $\theta$ , o sea de la rigidez del edificio, y del factor  $Q/W$  de su forma; que mide la relación entre carga gravitatoria y horizontal —en la práctica, función de  $B$ —.

La Tabla X se ha realizado para cargas y alturas de vivienda y con una presión constante de viento de 100 kp/m<sup>2</sup>.

Tabla X: Valores de  $\beta$ .

		$\theta$	1/250	1/500	1/750	1/1000
	$B \approx Q/W$					
edificios estrechos:	10 25		1,11	1,05	1,03	1,03
	20 50		1,25	1,11	1,07	1,05
edificios anchos:	30 75		1,43	1,18	1,11	1,08
	40 100		1,67	1,25	1,15	1,11

Fuente: Ricardo Aroca

Para edificios estrechos, la distorsión de 1/750 no obliga a un análisis de segundo orden; para  $B=10\text{m}$  sólo se necesita con valores superiores a 1/250. Sin embargo, para edificios anchos de  $B=40\text{m}$  con valores de 1/1000, ya es preciso el análisis con la estructura deformada. Igualdad de deformación entre un edificio ancho y uno estrecho significa que el ancho es



mucho menos rígido y es mayor en él la amplificación debida a la deformación.

Interesa diseñar en las zonas de comportamiento estable. Estas, además de cubrir la práctica totalidad de los casos de edificación, tienen la ventaja de permitir herramientas simples de diseño. Entrar en análisis de segundo orden obliga a cambiar el procedimiento, para el que no existe por el momento un método que permita extrapolar los resultados de un caso para otro, por lo que no se pueden comparar resultados y obtener criterios de diseño. La predeterminación resulta caótica.

La Tabla X sirve como herramienta para conocer si la estructura precisa la consideración de análisis en segundo orden, y permite, por tanto, modificar el planteamiento si es necesario, limitando el desplazamiento horizontal.

### 2.5.2.6. Relación altura a acción sísmica

El análisis de la acción sísmica sirve de ejemplo de cómo se puede abordar un problema complejo de diseño estructural.

El carácter accidental de esta acción, especialmente anómala, y los escasos registros sísmicos realizados con que se cuenta para su valoración, hacen que la previsión del movimiento sísmico tenga un grado poco determinista, lo que lleva a cierta incertidumbre en el proceso de diseñar estructuras fiables. Sin embargo, en algunas latitudes esto entraña un grave riesgo, ya que puede suponer la pérdida de muchas vidas humanas y de bienes por inadecuación de las construcciones realizadas<sup>50</sup>. Tampoco es posible dotar a las estructuras de resistencia sísmica sin determinar, al menos, un posible nivel de magnitud esperada del terremoto. Pero, incluso así, las peculiaridades de cada movimiento sísmico hacen que en ocasiones edificios, que teóricamente deberían haber resistido un sismo sin problemas, tengan graves daños y, sin embargo, otros contruidos sin un estudio previo muy profundo pero con tipologías constructivas adecuadas y ejecución esmerada, hayan tenido un comportamiento correcto.

La teoría de la deriva de los continentes fue formulada en 1912 por Alfred Weneger, pero sólo en las tres últimas décadas ha sido universalmente aceptada y ha permitido el desarrollo del conocimiento de las placas tectónicas y de sus movimientos, así como el dibujo de planos aproximados de las distintas placas y las bandas de interacción de sus bordes, que constituyen las zonas de mayor actividad sísmica. La teoría de la tectónica de placas es, por tanto, reciente, pero ha permitido clasificar los tipos de sismos en cierta medida.

Según dicha teoría, los sismos principales se producen en los bordes de placa de tipo convergente —en los que existe

---

<sup>50</sup>. Curiosamente, las muertes debidas a terremotos son raramente producidas directamente por éstos, la mayoría son debidas a resultados indirectos sobre elementos ejecutados por el hombre.

subducción o colisión frontal entre dos placas— y en los bordes transcurrentes —fallas de transformación— con desplazamiento lateral de las respectivas placas<sup>XXVIII</sup>. Los primeros son causa de focos sísmicos poco profundos frente a las costas, que aumentan de profundidad hacia el interior de los continentes; los segundos son superficiales y su magnitud depende de la longitud de la falla. Sin embargo, también existe un pequeño porcentaje de movimientos sísmicos intraplacas, alejados de los bordes de éstas y, al parecer, producto de los choques de los bordes, que pueden ser causa de movimientos poco esperados en zonas alejadas de fallas sísmicas.

Existen algunos conocimientos que sirven para comprender el tipo de movimiento producido por los sismos. En zonas muy singulares, como en la falla de San Andrés, se ha medido el desplazamiento anual relativo de los lados. H.F. Reid formuló basándose en este conocimiento su teoría del rebote elástico —elastic rebound theory—, que ha permitido avanzar en la comprensión e incluso de la predicción del fenómeno.

El conocimiento del tipo de falla y de la forma y superficie de la ruptura ha permitido establecer relaciones entre ésta y la magnitud del sismo o energía liberada. El análisis de fallas y zonas sísmicas conocidas ha llevado a la hipótesis de los ciclos sísmicos, o acumulación continua de energía con rotura brusca —tipo rebote elástico—, y a la elaboración de patrones de recurrencia o riesgo sísmico<sup>XXIX</sup>.

Mediante el análisis de los acelerogramas se han podido determinar cuatro tipos de onda sísmica: dos internas, o de cuerpo, y dos de superficie. Las de cuerpo se subdividen en ondas **P** —compresión y expansión— y ondas **S** —transversales o de cizalla—; las de superficie hacen vibrar la superficie lateralmente —ondas Love o **L**— o verticalmente —ondas Rayleigh o **R**—.

Las ondas **P** se propagan por medio sólido o líquido, son similares a las del sonido y, al aflorar a superficie, una parte de ellas puede ser audible. Las ondas **S** no se propagan en medio líquido y son más lentas que las **P**, por lo que se

perciben más tarde. La vibración que transmiten es horizontal y de gran amplitud y energía por lo que los daños son mayores. Las ondas de superficie, Love y Rayleigh, son aún más lentas y con mayor período.

Con foco sísmico próximo predominan las ondas de cuerpo. Con foco lejano, depende de la profundidad, ya que para foco profundo se producen pocas ondas de superficie y son menos importantes que las de cuerpo, las cuales pueden ser directas, o reflejadas en el interior de la corteza terrestre, y para foco superficial las ondas de superficie son mayores y más dañinas.

Los parámetros que caracterizan la onda sísmica son su magnitud —medida de la energía sísmica liberada en el foco— y la intensidad con que se recibe en un punto determinado, que se mide mediante la aceleración registrada y sus valores integrados de velocidad y desplazamiento, su duración y su espectro de frecuencias.

La aceleración en un punto depende de la atenuación de la onda sísmica desde el foco, debida a la pérdida de energía por deformación y rozamiento internos del terreno; por tanto, depende de la distancia y de las características del terreno o terrenos atravesados: geometría, constitución interna y heterogeneidades; depende también de la topografía y de la direccionalidad de las ondas.

El paso de una onda de un medio duro a otro blando se hace con incremento de la aceleración, al disminuir la velocidad, y con amplificación de la onda sísmica, al aumentar su período. Además, las ondas ***P*** y ***S***, al llegar a la superficie, se reflejan hacia el interior y amplifican el movimiento. El período también crece con la magnitud en el foco y con la distancia, ya que el paso a través del terreno filtra las altas frecuencias.

La combinación de varias de estas circunstancias provocó la gravedad de daños del terremoto de Méjico el 19 de septiembre de 1985. El epicentro estaba a 400km, en la costa, y fue de magnitud  $M_s=8,1$ . Los daños en el litoral fueron pocos; la aceleración desde el epicentro disminuyó con la distancia hasta **0,05g**, y los valores iniciales de alta frecuencia fueron filtrados, manteniéndose los períodos de valores mayores. Pero

al atravesar las ondas el estrato blando del antiguo lago Texcoco, donde se asienta la ciudad, la aceleración se multiplicó por cuatro; el período grande de la onda de sismo de foco lejano, amplificado por el estrato blando del subsuelo, llevó a períodos de movimiento del terreno del orden de  $2s$ , lo que hizo entrar en resonancia a los edificios de 7 a 20 plantas, que fueron los más afectados.

Existen otros elementos que modifican el resultado, como la topografía, que incrementa el efecto sísmico en las laderas y en las cornisas de los valles, y lo atenúa en el fondo de éstos, dependiendo de las frecuencias, dirección y ángulo de las ondas.

Finalmente, la repercusión que tiene la onda sísmica sobre cada edificio depende de éste, por lo que quizás sea el diseño antisísmico el problema más evidente de retroalimentación. El valor de la acción sísmica depende del peso gravitatorio, de la forma y del período de vibración, de la geometría del edificio, del hiperestatismo de la estructura, de la ductilidad de los materiales y de la resolución del detalle constructivo.

El número de elementos y la variabilidad de los parámetros que intervienen hacen suficientemente complejo el diseño; el conocimiento es deficiente y la información de archivo es escasa. Con los conocimientos actuales ha sido preciso, no obstante, dotar a los edificios de algún tipo de resistencia adicional, para lo que se utilizan los códigos oficiales.

La actual Normativa vigente<sup>51</sup> en España es la Norma Sismo-resistente P.D.S.—1/1974—, que considera que la acción sísmica se puede hacer equivalente, mediante una serie de aproximaciones, a cargas adicionales sobre la estructura. El movimiento sísmico es traducido a aceleraciones horizontales, y, por tanto, a fuerzas; estas cargas se aplican sobre los nudos de la estructura, como porcentajes de la carga gravitatoria existente, afectada de unos coeficientes reductores.

---

<sup>51</sup>. Se encuentra en avanzado estado una revisión de ésta.

Este porcentaje está en función de la zona sísmica, el riesgo en años, el período de vibración, el factor de respuesta, el factor de distribución y el factor de cimentación<sup>xxx</sup>.

$$F = Q \frac{CR}{2T} \frac{B}{\sqrt[3]{T}} \mu \delta$$

***F*** = Fuerza sísmica

***Q*** = Carga gravitatoria con coeficiente reductor

***C*** = Coeficiente sísmico básico

***R*** = Riesgo sísmico

***T*** = Período de vibración

***B*** = Coeficiente corrector

**$\mu$**  = Factor de distribución

**$\delta$**  = Factor de cimentación

Los factores se determinan de la siguiente manera:

La carga ***Q*** es igual al peso propio más el porcentaje de sobrecarga de uso que se indica a continuación, en función del tipo de utilización:

Viviendas: 50%

Oficinas: 60%

Público: 80%

La sobrecarga de nieve se toma con un 50% cuando su duración es de más de 30 días; esto puede ser significativo en el caso de las zonas sísmicas próximas a Jaca o Sierra Nevada. En caso de menor duración no se considera.

El segundo de los elementos de la ecuación es el factor de intensidad:  **$CR/2T$** . Para su determinación, el elemento principal es el período de vibración ***T***, que indica la forma de vibración del edificio; se determina por análisis mecánico-plástico o por ensayos en construcciones análogas. Para los casos muy regulares se pueden utilizar las fórmulas siguientes:

ESTRUCTURA	SIN TRIANGULAR	TRIANG.-PANTALL.
ACERO	$\frac{0,10H}{\sqrt{L}}$	$\frac{0,085H\sqrt{H}}{\sqrt{L}\sqrt{L+H}}$
HORMIGÓN	$\frac{0,09H}{\sqrt{L}}$	$\frac{0,076H\sqrt{H}}{\sqrt{L}\sqrt{L+H}}$
LADRILLO	$\frac{0,060H\sqrt{H}}{\sqrt{L}\sqrt{2L+H}}$	

El valor de  $T$  suele estar entre 0,25 y 2s; depende del tipo estructural, que es el que determina el tipo de oscilación ante la carga sísmica. Se suponen tres tipos de deformación: de oscilación simple —modo 1—, con un punto de inflexión —modo 2— y con dos puntos de inflexión —modo 3—.

El valor de  $C$ , coeficiente sísmico básico, depende de la zona sísmica y varía entre 0,04 y 0,30; pudiéndose disminuir para períodos mayores de 0,5s.

El valor de  $R$  depende del número de años de riesgo; se puede considerar un mínimo de 50 años, variando el valor entre 0,72 y 1, en función de la zona sísmica. El producto  $CR$  varía, por tanto, entre 0,08 y 0,2.

El siguiente elemento es el factor de respuesta  $\beta$ , que depende del coeficiente  $B$ , —función de la tabiquería— y que toma los siguientes valores:

$B=0,6$  para plantas muy tabicadas.

$B=0,8$  para plantas poco tabicadas.

El factor  $\beta = \frac{B}{\sqrt[3]{T}}$  puede variar entre 0.5 y 1.

El factor  $\mu$ , o factor de distribución, tiene un valor distinto para cada planta y su cálculo es complejo, pero los resultados no varían más de un 25%. En el caso de oscilación según el modo 1, el valor está entre 0 y 1 para edificios bajos, y entre 0 y 1,5 para edificios altos.

El factor  $\delta$ , o factor de cimentación, marca la energía sísmica que el edificio toma del terreno. Su valor está entre 0,2 y 2.

El período de oscilación puede llevar a un cálculo laborioso de solicitaciones, atendiendo a las distintas formas de disipación energéticas, una por cada modo posible.

Como condición final, el valor máximo para las fuerzas sísmicas no será, en ningún caso, superior a **0,2Q**.

Para la estimación de las solicitaciones se pueden utilizar las conclusiones de análisis de segundo orden del apartado anterior, entrando en los valores  $Q/W$  de las tablas con el valor inverso del coeficiente sísmico.

En la situación actual<sup>52</sup>, debido a la consideración de las diversas cargas existentes: gravitatorias, de viento, etc. y a la accidentalidad de la carga sísmica, que permite no contemplar un coeficiente de mayoración de la acción, la consideración de esta carga sísmica sólo da valores preponderantes en las inmediaciones de Granada, Murcia y Jaca.

---

<sup>52</sup>. Actualmente está en tramitación la revisión de la Norma Española.



El carácter de la Norma es eminentemente numérico; sin embargo, en latitudes con períodos de recurrencia sísmica e intensidad superiores a los conocidos en España, el conocimiento cada vez más avanzado del fenómeno sísmico lleva a planteamientos diferentes en el diseño estructural.

El análisis de la acción sísmica, desde un punto de vista determinista, tiene caracteres caóticos en mayor medida que cualquier otra acción. Tradicionalmente se ha trabajado con una cierta predeterminación del fenómeno mediante mapas de isosistas<sup>53</sup>; aunque actualmente es más frecuente la utilización de planteamientos estadísticos con factores de probabilidad, tanto de ocurrencia, como de superación de determinado valor de intensidad.

El objetivo es obtener un espectro sísmico de diseño, válido para la definición de la acción estructural; sin embargo, es preciso hacer notar la simplificación del fenómeno considerada, en orden a las decisiones posteriores.

Los expertos en diseño estructural, en zonas sísmicas, conceden cada vez más importancia a la concepción general de la estructura resistente antisísmica, a la configuración del edificio, al diseño correcto de los elementos, al diseño de los detalles, etc., y consideran de forma más moderada la modelización utilizada para la conversión de la acción sísmica en fuerzas sobre la estructura.

Algunos de estos elementos de diseño de tipo global, e incluso conceptual, son difíciles de parametrizar e incluir en los Reglamentos y, sin embargo, son de mucha mayor trascendencia —variable de mayor potencia— que otras variables exhaustivamente consideradas, pero basadas en aproximaciones numéricas a modelos excesivamente hipotéticos.

---

<sup>53</sup>. Líneas que unen puntos de registros experimentados de igual intensidad.

El análisis de la estructura con el fin de alcanzar un diseño válido para sismo es sólo un elemento accesorio, ya que la carga sísmica depende principalmente de la que el diseñador haya dispuesto con su diseño, más que de ninguna otra consideración.

Los criterios de diseño más importantes que se deben tener en cuenta son los siguientes:

En la concepción global es importante alcanzar formas simples y simétricas, en geometría y rigidez, para evitar la aparición de torsiones y comportamientos diferenciales entre las distintas partes. Las diferencias en altura también originan inconvenientes, especialmente cuando existe menos rigidez en la parte inferior —efecto muy conocido que se denomina "de piso blando"—, y son muy desfavorables para el comportamiento antisismo. Este problema se presenta por alteraciones de rigidez debidas, por ejemplo, a cerramientos que no han sido considerados en el análisis estructural, pero que alteran el comportamiento resistente, a la desaparición de muros en planta baja con objeto de mejorar su accesibilidad, o a modificaciones en la altura y rigidez de los pilares en el nivel inferior para adecuarse al terreno o a usos diferenciados. También puede aparecer el problema contrario, el de "columna corta", cuando elementos secundarios no considerados inicialmente llevan a la reducción de la altura real de elementos resistentes —por ejemplo, antepechos de cerramientos o muros contra pilares con ventanas continuas—, que adquieren, por tanto, mayor rigidez que la considerada en el análisis y acumulan una carga horizontal muy superior a la esperada, produciendo un punto de colapso no previsto.

La longitud del edificio, no interrumpida en cimentación, puede dar lugar a que manifieste movimientos diferenciados cuando supera la longitud de la onda sísmica. Por la misma razón, las juntas de separación —dilatación— deben ser mayores de lo habitual. En terrenos con peligro de asentamiento o licuefacción, que posibilitan el hundimiento del edificio sin

rotura, hay que considerar que el problema de vuelco crece con la esbeltez.

Otro elemento cuya importancia es de primer orden, de cara al comportamiento antisísmico, es el tipo estructural adoptado. Los sistemas a base de pórticos de nudos rígidos dotados de ductilidad en vigas —con secciones poco esbeltas—, pueden disipar energía por deformación inelástica, por lo que tienen solicitaciones sísmicas generalmente menores que los sistemas resistentes más rígidos, su período es largo y, para sismos de foco próximo o terreno duro con período de onda corto, no presentan fenómenos de resonancia por acoplamiento; sin embargo, para foco lejano o suelo blando, la respuesta de la estructura a la onda del terreno es mayor y la demanda de ductilidad puede ser excesiva. Por otro lado, debido a su mayor deformación, los daños a elementos secundarios son mayores y los elementos no estructurales pueden modificar el comportamiento previsto en mayor medida.

El sistema alternativo puede ser a base de muros rígidos por arriostramientos o por pantallas —bien individuales o, mejor aún, acopladas con vigas de canto—, lo que reduce considerablemente los momentos locales en las bases de las pantallas, al trabajar el conjunto acoplado como un pórtico, resistiendo el momento global con un par de fuerzas axiales en las bases. Un sistema mixto de pantallas y pórticos tiene la ventaja de que la deformación del pórtico aumenta en los pisos inferiores —deformación de cortante— y la de la pantalla disminuye —deformación por flexión—, por lo que ambos se complementan. Los daños a elementos secundarios son menores que con el sistema porticado y los daños de la propia estructura son más fáciles de reparar. Por otro lado, la solución está en la línea de conseguir que las posibles rótulas inelásticas que aparezcan lo hagan en la sección de las vigas, permitiendo la redistribución de esfuerzos, y no en los pilares, circunstancia que puede llevar al colapso estructural, principio de diseño denominado de soporte fuerte y viga débil<sup>XXXI</sup>.

La hiperestaticidad o redundancia del sistema es fundamental a la hora de redistribuir las fuerzas más allá del límite de resistencia de las secciones, y la ductilidad permite

considerar seguridad adicional al agotar todas las secciones antes del colapso. Estos factores son mucho más importantes para el diseño estructural que el mero análisis de acciones, por otro lado poco predecibles, que siempre hay que realizar, pero partiendo de un correcto orden de decisiones.

Finalmente, la correcta ejecución del detalle estructural manifiesta su importancia en el análisis sísmico; se puede llegar a decir que el sismo es el mejor detector de los errores cometidos en la estructura. Las incorrectas ejecuciones de nudos, que en circunstancias normales pueden pasar inadvertidos, dan lugar al punzonamiento de las losas o a la rotura de los arriostramientos; los planteamientos erróneos de juntas de separación, inferiores a lo necesario, han acarreado la colisión entre edificios próximos; el solape insuficiente sobre la junta de apoyo puede producir la caída brusca del elemento que apoya; el sobredimensionado a flexión de los pilares puede llevar a acumulación de carga sísmica con rotura frágil a cortante, etc.. El planteamiento correcto del diseño a nivel del detalle constructivo es tan importante como el la resolución del nivel general de toda la estructura<sup>xxxii</sup>.

Del análisis de los parámetros que intervienen y sus consecuencias, cabe deducir que los errores cometidos en el intento de determinar el valor exacto de las fuerzas nodales equivalentes al sismo, suponen un gran esfuerzo de medios y un rendimiento en general menor que el que se extraería de la dedicación de esos medios a un desarrollo del esquema estructural con planteamientos de lógica funcional, que redunden en un eficaz comportamiento. En cualquier caso ambos procesos son complementarios, pero lo interesante aquí es destacar cuál debe ser el orden de prioridades según la potencia de las variables a decidir.

### 2.5.3. CONCLUSIONES

Para estructuras porticadas, la relación entre altura y acciones vertical y horizontal está muy determinada, aunque menos con acción sísmica; asimismo, resultan bastante acotadas las relaciones entre la altura y las solicitaciones para distintas soluciones posibles compatibles con los usos convencionales.

Las solicitaciones provenientes de la acción vertical mantienen una relación prácticamente lineal con la altura, lo que permite el diseño de la estructura vertical de forma directa y desacoplada del resto de elementos a decidir; se puede obtener la relación entre consumo y el empleo de distintos materiales en función de la trama de modulación y la altura, lo que permite optimizar el resultado de la decisión.

La necesidad de estabilidad a carga vertical se cumple sin dificultad disponiendo unas necesidades mínimas.

El valor de las acciones horizontales se determina normativamente en función de la altura, y en muchos casos se puede considerar constante.

La estabilidad depende ahora linealmente del ancho de la base del elemento arriostrante.

El problema de estabilidad marca los límites de esbeltez del elemento estabilizador dentro de los cuales se valida el diseño, mientras que la condición de resistencia define la cantidad de estructura de entre las soluciones estables. Según se ha visto, la resistencia necesaria es función directa de la altura. Así, para solución con triangulación, el incremento del área de las diagonales para incrementos de la altura es prácticamente constante. Para solución de pórticos rígidos resistentes a acción horizontal, los valores de solicitaciones crecen también de forma prácticamente lineal, al igual que el valor de carga acumulada por encima de la sección considerada —aplicando la simplificación de carga constante de la normativa—, no así los valores de las sobrecompresiones acumuladas, que crecen geométricamente —con el cuadrado de la altura—.

Los valores de la sollicitación de cortante en pilares y momento en pilares y vigas, dependen directamente del número de vanos del pórtico, mientras que los valores de cortante en vigas e incremento de compresión por viento en soportes, dependen linealmente del ancho total del pórtico en la dirección del empuje.

La determinación aproximada de la deformación de la cabeza del pórtico es importante porque, aunque los valores usuales no ocasionan, por lo general, deformaciones inadmisibles para los elementos resistidos, puede llegarse a una situación tal que requiera el análisis de sollicitaciones con la estructura deformada —análisis en segundo orden—. Los factores que importan en la deformación en pórticos de nudos rígidos son la altura, la relación entre la carga vertical y la horizontal, la esbeltez de las vigas y la relación de luz de viga a altura de pilares. Para limitar dicha deformada, si resulta excesiva, interesa modificar la esbeltez de las vigas, para lo cual se emplean la Tablas VI, VII y VIII, como se observa la deformación de cabeza del pórtico es poco sensible a la alteración de la rigidez de pilares.

La condición de deformación límite, para que sea válido el análisis en primer orden, se puede interpretar como un límite entre las estructuras suficientemente intraslacionales y que aceptan el error cometido al desprestigiar la traslación sin merma de la seguridad, y las excesivamente traslacionales, que requieren análisis en segundo orden para poder ser seguras. Las primeras son diseñables con criterios de diseño suficientemente probados que se basen en determinaciones estables, en las que el detalle no es fundamental; para las segundas no se han desarrollado criterios de diseño basados en procedimientos de cálculo, por ser éstos excesivamente caóticos en su determinación, y por tanto, requieren herramientas de análisis, —prueba y comprobación—. Las diseñables pueden requerir más o menos armado o retoques en la geometría, en función de la rigidez requerida y el grado de simplificación del proceso decisorio, pero las desviaciones que se cometen están suficientemente acotadas, por lo que los resultados obtenidos pueden ser suficientes.

La acción sísmica se debe resolver diseñando la estructura con criterios lógicos de buen comportamiento antisísmico, consideración que debe primar por su efecto interactivo con la propia acción —acción sensible al diseño—, y sólo en segundo orden interesa la aproximación con los modelos matemáticos que se tienen.

Los criterios de diseño son los enumerados anteriormente, que, en resumen, se refieren a diseños homogéneos y equilibrados en resistencia y rigidez, tipos estructurales adecuados a los posibles tipos de onda sísmica esperada, hiperestatismo, ductilidad, ejecución esmerada, etc.

## 2.6. RELACIÓN MODULACIÓN A DISEÑO DE LA SECCIÓN

El esquema general de la estructura se define por los parámetros  $l$ ,  $s$  y  $h$  (longitud, separación y altura total). El elemento superficial se define por su espesor  $d$ , de valor constante o variable, y por el material o materiales que lo constituyen. Asimismo, cada material viene definido por su tensión característica y su módulo de rigidez:  $\sigma$  y  $E$ . El número de parámetros geométricos es poco elevado y algunos de ellos determinan fuertemente la solución estructural en un elevado porcentaje de casos.

Se utiliza aquí el término modulación tan sólo en relación con los elementos que constituyen la estructura horizontal. Puesto que se trata de un elemento superficial, que debe cubrir una superficie, las decisiones que sobre él se tomen serán básicas para el resultado final: el estudio se realiza sobre el elemento de mayor volumen estructural del edificio, que representa casi el 50% del coste total de la estructura.

La modulación tiene un valor potencial muy alto. Las decisiones sobre la modulación afectan a la mayoría de los elementos de decisión estructural de los niveles inferiores; pero, además, su propio valor puede resultar alterado con facilidad. La mayor limitación vendrá de la interferencia con los elementos no estructurales del edificio: huecos obligados, utilización del espacio, etc. Por otro lado, hay que considerar la existencia de bordes, que imponen alteraciones en el resto de la trama, los vínculos entre elementos —continuidad— o con los apoyos —forjado con viga, o viga con soporte— y las alteraciones de los valores de  $l$  y  $s$  en la modulación. Estas circunstancias llevan a condiciones muy rígidas y a soluciones limitadas que no son fácilmente comparables, por lo que pueden existir varias modulaciones, muy diferentes, que generen posibilidades y caminos totalmente independientes y, por tanto, estructuras muy distintas. Posiblemente la modula-



ción oblique, con alguna frecuencia, a resolver, parcialmente al menos, varias hipótesis distintas y a comparar cuál resulta más conveniente.

Las condiciones del elemento estructural son: resistir las acciones a las que está sometido y tener suficiente rigidez para cumplir las condiciones de deformación impuestas. Los parámetros del problema son ahora las separaciones entre soportes:  $l$  y  $s$ ; y la variable principal que hay que determinar es el canto del elemento superficial. La resolución puede basarse en variaciones de espesor y de materiales, o en canto y material constante, el primer caso determina la existencia de distintas familias de elementos resistentes y aumenta el número de parámetros.

En general, se puede establecer la validez de una opción en términos de proporciones, al margen de las dimensiones y, por tanto, del tamaño, dentro de un ámbito de posibilidades en las que la variación del peso propio no modifica el planteamiento, según se vio en 2.3.2.

Si se considera que el elemento horizontal resuelve la flexión en la dirección de  $l$  por elementos lineales de canto  $d$ , y que posee un ancho  $b$  para una dimensión transversal de valor  $s$ , siendo  $q$  la carga a resistir por  $m^2$ , el momento solicitante en cualquier sección de esta viga será:

$$K_1 q s l^2$$

$K_1$  = Constante función de la sección, la ley de cargas y las condiciones de los extremos

$q$  = Carga media por metro cuadrado

$s$  = Separación promedio entre las vigas consecutivas

$l$  = Luz de la viga

Una sección rectangular puede resistir un momento de valor:

$$K_2 f b d^2$$

$K_2$  = Constante función de la sección

$f$  = Capacidad resistente unitaria de la viga

$b$  = Ancho de la viga

$d$  = Canto de la viga

La constante  $K_2$  tiene el valor de 1/6 en el caso de elementos homogéneos, como la madera. Para el caso de la sección de hormigón armado vale:  $\mu(1-0,5\mu)$ , siendo  $\mu$  la profundidad del bloque comprimido, tomando como valor para  $f$  la resistencia a compresión del hormigón y poniendo una cantidad equivalente de armadura en tracción. Para perfiles de acero laminado, la expresión para  $K_2$  es:

$$K_2 = \frac{W}{b d^2}$$

$W$  = Módulo resistente de la sección

$b$  = Ancho de la sección equivalente

$d$  = Canto de la sección equivalente

La condición de resistencia es, por tanto:

$$K_2 b d^2 f \geq K_1 q s l^2$$

$$\frac{s l^2}{b d^2} \leq \frac{K_2 f}{K_1 q}$$

Siendo el segundo término constante para cada material.

Si se definen los parámetros geométricos siguientes:

$$\delta_l = \frac{l}{d} \quad \text{esbeltez según la longitud.}$$

$$\delta_s = \frac{s}{b} \quad \text{esbeltez según la separación.}$$

Resulta, según la ecuación anterior, que  $\delta_l^2 \delta_s$  es constante.

Esta relación permite calcular geometrías directamente, a partir del valor de la constante, que depende del criterio de dimensionado; para cada valor de la constante, basta con cumplir la relación de esbelteces geométricas indicada.

Los valores de la constante para secciones rectangulares de hormigón armado se determinan en función de la cuantía y calidad de los materiales —ver Tabla XI—.

**Tabla XI: Valores de  $\delta_l^2 \delta_s$  para sección de hormigón armado.**

$\mu$	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$\mu(1-0,5\mu)$	0,13	0,18	0,22	0,25	0,29	0,32	0,35
 H-175	 1.214	 1.669	 2.030	 2.364	 2.679	 2.967	 3.236
H-200	1.381	1.897	2.308	2.688	3.046	3.373	3.679

**\* Valores para vigas continuas y cargas de vivienda.**

En perfiles de acero laminado hay que contar con que las relaciones de los  $b$  y  $d$  equivalentes están prefijadas para cada perfil y gama, por lo que no es posible afinar el diseño de esta forma.

Respecto a la deformación, es conveniente considerar desde el primer momento el problema de la rigidez necesaria.

La deformación por flexión puede ser crítica para algunos elementos secundarios, como los elementos de compartimentación: tabiquerías, fachadas, etc., debido a su poca resistencia y gran rigidez. Para evitar que estos elementos intenten resistir unos esfuerzos para los que no han sido diseñados, es preciso dotar a la estructura de más rigidez que la que tienen los elementos soportados por ella<sup>54</sup>.

Para el cálculo se utiliza la flecha relativa:  $f/l$ , o distorsión angular, valor más significativo del movimiento.

Para el hormigón armado este movimiento es complejo de evaluar. En primer lugar, depende de las cargas reales y no de los valores de carga que se han tomado para el de cálculo, pudiendo ser su valor de hasta un 50% del valor convencional. Por otro lado, es muy posible que las cargas cambien durante la vida del edificio, por cambios de uso, tabiquería o solados; la fisuración de elementos secundarios depende sólo de la flecha activa o posterior a la ejecución de estos elementos, pues la deformación total se va produciendo en la medida de la entrada en carga. Hay que considerar también que el valor de la deformación en el hormigón crece con el tiempo considerablemente y depende del curado de éste (humedad). La rigidez del hormigón depende de que se haya iniciado o no la fisuración; en definitiva, es un valor poco precisable con exactitud.

La flecha activa es, para los procedimientos de construcción más usuales, de magnitud similar a la flecha instantánea de la carga total con rigidez fisurada<sup>xxxiii</sup>. Este valor es función del momento, la luz, el módulo resistente del material y la inercia de la sección:

---

<sup>54</sup>. En la discusión siguiente no se considera la deformación por cortante, que generalmente se supone muy inferior a la deformación por flexión.

$$\frac{\delta}{l} = \frac{K_3 q s l^3}{E_s I}$$

$\delta$  = Flecha absoluta

$K_3$  = Constante función de la sección, la ley de cargas y las condiciones de los extremos

$q$  = Carga total media por metro cuadrado

$s$  = Separación promedio entre las vigas consecutivas

$l$  = Luz de la viga

$E_s I$  = Rigidez del hormigón fisurado

Considerando que la rigidez fisurada vale:

$$E_s A_s z (d - x)$$

$A_s$  = Área de acero traccionado

$z$  = Brazo de palanca

$x$  = Profundidad comprimida

Valor que, para un único criterio de dimensionado y armado, crece de la misma forma que la longitud  $l$ <sup>55</sup>. Si aumenta el valor de  $l$  y se mantiene la esbeltez —aumentando el canto  $d$  en la misma proporción que  $l$ — como, al mantener la cuantía, también aumenta  $A_s$ , la relación entre numerador y denominador es constante, por lo que la flecha relativa es siempre la misma.

Para armado estricto y, por tanto, deformación en forma de arcos de círculo, la distorsión es  $\theta = 1/4R$ , siendo  $R$  la curvatura de la pieza igual a  $R = d/(\epsilon_c + \epsilon_s)$ , siendo  $\epsilon_c$  la deformación de la fibra más comprimida de hormigón de valor 0,3% y  $\epsilon_s$ , la deformación de la fibra más traccionada de acero, de valor comprendido entre 1,06% y 1,6% —aceros AEH 400 y AEH 500—.

La distorsión, es por tanto,  $\theta = \delta_d (\epsilon_c + \epsilon_s) / 4$

---

<sup>55</sup>. Conclusión a la que también se llegó en 2.3.3.

y como  $\delta_i = 0,9\delta_d$ , resulta  $\delta_i = 3,6\theta/(\varepsilon_c + \varepsilon_s)$

En la Tabla XII se expresan los valores límite de  $\delta$  para cada tipo de acero y límite de deformación, en función del tipo de distorsión admisible y tipo de sustentación.

**Tabla XII: Esbelteces límite.**

	$\delta/l$	1/300	1/400	1/500	1/1.000
$\theta$		0,66%	0,05%	0,04%	0,02%
<b>VIGA DOBLEMENTE APOYADA</b>					
AEH 400 $\varepsilon=0,106\%$		17,5	13,25	10,5	5,25
AEH 500 $\varepsilon=0,132\%$		15	11	9	5,4
AEH 600 $\varepsilon=0,160\%$		12,5	9,5	7,5	3,75
<b>VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA</b>					
AEH 400 $\varepsilon=0,106\%$		35	26,5	21	10,5
AEH 500 $\varepsilon=0,132\%$		30	22	18	9
AEH 600 $\varepsilon=0,160\%$		25	19	15	7,5
<b>VIGA VOLADIZO</b>					
AEH 400 $\varepsilon=0,106\%$		8,75	6,5	5,25	2,6
AEH 500 $\varepsilon=0,132\%$		7,5	5,5	4,5	2,25
AEH 600 $\varepsilon=0,160\%$		6,25	4,75	3,75	2

Para esbelteces superiores a la límite hay que reducir la tensión de acero en la misma proporción del valor excedido, o incrementar el área de acero por el valor  $(\delta/\delta_{\text{límite}})^2$ .

Si la esbeltez determina la solución, tanto a resistencia como a deformación, se puede determinar la esbeltez óptima que lo resuelve con la menor cantidad de material, tema que se estudia en el capítulo 3.

Los valores de esbeltez son un índice de comportamiento estructural; aun sin poder conocer el valor real de la flecha, se puede asegurar que está dentro de lo admisible. La resistencia y deformación del elemento depende, por tanto, de las proporciones geométricas.

Desde otro punto de vista, una buena solución, lo es independientemente de la escala con la que está dibujada, tanto vista en sección longitudinal como en sección transversal.

La proporción geométrica resalta como un elemento potencial básico<sup>56</sup>.

Si no se consideran otras influencias, aparte de las puramente derivadas de cubrir o forjar una superficie, se puede determinar el óptimo de consumo y calcular la desviación de cualquier caso, dentro de cada tipología o materiales utilizados. Para un mismo criterio de diseño, manteniendo por tanto la proporción, el consumo de material, tanto a resistencia como a deformación, crece con la luz. La obtención de modificaciones del consumo por variaciones del criterio de diseño se obtiene según el esquema anterior, fijando como constantes los elementos que interesen. Existen estudios de optimización de modulaciones, como el elaborado por Jaenicke<sup>24</sup>, que incluye comparación de distintas combinaciones de materiales para forjados, vigas y soportes, así como el valor del incremento estructural en función de la luz de viga, luz de vigueta, esbeltez, número de plantas y solución constructiva; el estudio se basa en un elemento genérico al que se puede aplicar posteriormente incrementos ponderales por heterogeneidades: —por bordes, o por cambio de módulo—. Las irregularidades se pueden contemplar como valores numéricos que actúen como coeficientes multiplicadores y den directamente el aumento de costo por estos conceptos.

El coste tiende a disminuir con la luz; sin embargo, el valor mínimo de la modulación tiene que cubrir el correspondiente valor en el apartado de usos y, por otro lado, los procedimientos constructivos imponen valores mínimos por debajo de los cuales el coste no disminuye sino que aumenta. En la Figura 31 se presenta como ejemplo una gráfica de coste de las elaboradas por Jaenicke, que relaciona la forma de variación del consumo con los parámetros de modulación.

---

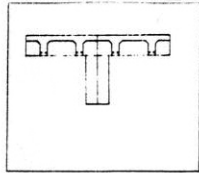
<sup>56</sup>. En la historia del análisis de estructuras el sistema utilizado era el de las reglas de proporción.

# ESTRUCTURA Y MODULACIÓN

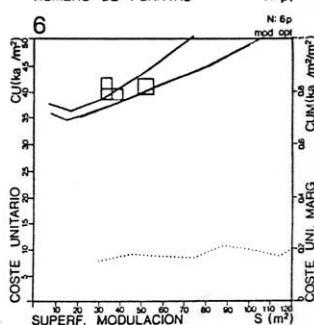
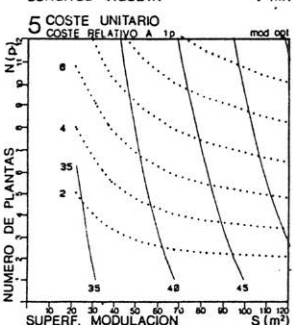
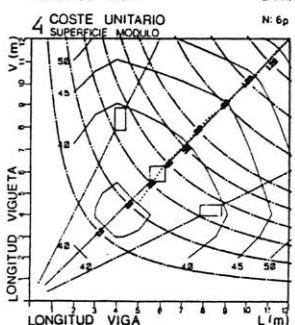
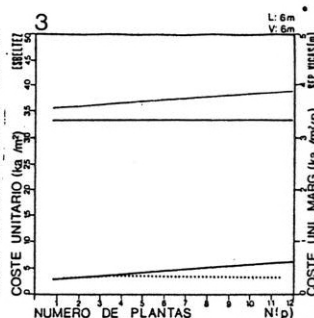
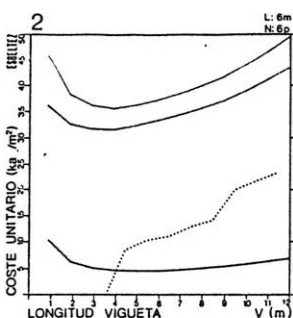
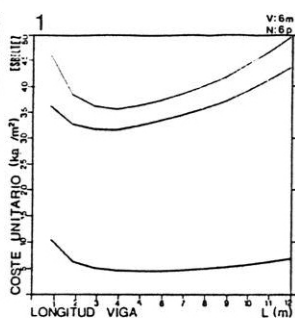
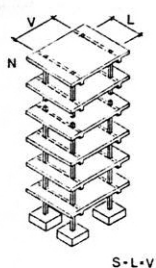
## ANEXO III: GRAFICAS COSTE

2

TIPO ESTRUCTURA 2



TIPO FORJADO 1  
BIDIRECCIONAL HORMIGON 1  
TIPO VIGA 1  
TIPO SOPORTE 2  
HORMIGON



### COSTES MATERIALES

HORMIGON	78.5 kg/m <sup>3</sup>	COSTE FIJO F1	18.5 kg/m <sup>2</sup>
ACERO Ø	1.5 kg/m <sup>3</sup>	COSTE FIJO F2	12.5 kg/m <sup>2</sup>
ENCOFRADO	12.5 kg/m <sup>2</sup>	COSTE FIJO F3	8.5 kg/m <sup>2</sup>
ENCOFR. SOPORTES	11.5 kg/m <sup>2</sup>	MUDO V. CELDAS	2.5 kg/m
EXCAVACION	6.5 kg/m <sup>2</sup>	AC. L. MANIPULADO	1.5 kg/kg
BOVEDILLAS	28.5 kg/m <sup>2</sup>		
ENCOFR. V. CANTO	15.5 kg/m <sup>2</sup>		

### RESISTENCIAS Y COEF. SEGURIDAD

ACERO LAMINADO	2.08 t/cm <sup>2</sup>	CARGAS AC. LAM.	1.33
HORMIGON	220 kg/cm <sup>2</sup>	CARGAS HOR. AR.	1.08
ACERO Ø	4.28 t/cm <sup>2</sup>	HORMIGON	1.58
RES. ADM. SUELO	2.88 kg/cm <sup>2</sup>	ACERO Ø	1.12

### OTROS VALORES

CARGA USO	5.38	1m <sup>2</sup> PESO F3 (ALIGER)	8.08
ALTURA PLANTAS	3.08	= PESO F4	8.08
LIMITE FLECHA (1/)	480		

Figura 31: GRÁFICAS DE COSTE/MODULACIÓN. JAENICKE.

En el capítulo siguiente se resuelven elementos de cálculo correspondientes a la etapa final del procedimiento de diseño.



### 3. SOLUCIONES AL DISEÑO MEDIANTE CÁLCULO

#### 3.1. EL CÁLCULO DE BARRAS DE HORMIGÓN ARMADO EN FLEXIÓN

##### 3.1.1. Planteamiento y objetivo

El diseño de estructuras de hormigón armado en flexión cuenta con el comportamiento asimétrico no lineal de la combinación de dos materiales muy diferentes, que resuelve la tracción con acero y la compresión con hormigón o con acero. La mejor solución al diseño, la respuesta al cálculo, no será la que tenga poco hormigón y mucho acero, o poco acero y mucho hormigón, sino la que encuentre la combinación de acero y hormigón mínima o estricta que resuelva el problema planteado.

Para determinar el comportamiento estructural y conocer el estado de tensiones y deformaciones de la estructura, se utiliza el análisis. El primer escollo que aparece al analizar una estructura es la necesidad de tener previamente definidos todos los parámetros.

Con consideraciones de análisis lineal, el procedimiento más inmediato en el armado de piezas de hormigón a flexión es que, después de decidir de alguna forma más o menos arbitraria las dimensiones de la sección de hormigón, se determinen las solicitaciones independientemente de las armaduras y finalmente se obtengan éstas últimas. Para ello se determina el área necesaria de acero en algunas secciones significativas y se definen las demás a partir de éstas; por ejemplo, encontrando el segmento de viga sobre la gráfica de momentos que cubra cada disposición de armado y procediendo a un ajuste, por redondeo hacia arriba, de los valores de número de barras y diámetro utilizables.

Se crean dos campos de trabajo: la primera es el análisis de solicitaciones y la segunda el armado de las barras. Parece

como si el margen de armar más o menos la sección de hormigón, una vez obtenidas las solicitaciones, fuera suficiente para permitir la posibilidad de obtener una solución óptima. Por otro lado es frecuente utilizar métodos muy afinados en las determinaciones finales de las armaduras, lo que contribuye a crear una ilusión de falsa exactitud en el proceso.

En primer lugar, la consideración de barras cuya rigidez es función sólo del área de hormigón e independiente de la cantidad de armadura existente, introduce un error al no considerar las diferencias de rigidez existentes entre las secciones de cada barra debidas a las variaciones de armado. En segundo lugar, el mover un solo parámetro —el armado— sin alterar el otro —la sección de hormigón—, no permite alcanzar el óptimo más que ocasionalmente.

El problema general del diseño en flexión no se debe plantear de esta manera; hay que considerar todas las variables que intervienen, cuando son significativas en los resultados, aunque esta decisión suponga la pérdida de linealidad de la determinación. Por otro lado, la táctica de iniciar el análisis tanteando con un predimensionado, un preanálisis, nuevo dimensionado... no asegura que se alcance una solución satisfactoria y mucho menos que ésta sea la estricta; para calcular la pieza y definir su geometría, es preciso realizar una discusión previa.

Es necesario considerar la influencia de cada una de las variables en la determinación del resultado, encontrar las variables de más potencia y cómo inciden en los valores de las otras..., con objeto de poder decidir previamente, de entre el amplio abanico posible, la zona de resultados que interesa.

### 3.1.2. Isostatismo

El problema general del cálculo es determinar los parámetros que faltan: en el caso de una estructura de barras, si se ha decidido la geometría general —situación de apoyos, luces de vigas y altura de pilares, etc.— y las acciones a resistir —en función del uso, altura, situación, etc.—, hay que determinar las secciones de las barras y sus armaduras a partir de las resistencias admisibles de los materiales.

El paso de cargas a tensiones no tiene una respuesta directa; las condiciones que se han de cumplir son las de equilibrio, pero en principio, existen diferentes posibilidades. La solución depende de las secciones, que son las que precisamente hay que definir con la condición de que soporten tensiones inferiores a las resistencias del material; un planteamiento iterativo resuelve el problema, pero se necesita partir de una serie de valores iniciales razonables, y esto sólo para alcanzar alguna de las soluciones posibles.

Una simplificación aceptable consiste en descomponer el análisis en dos partes. Para estructuras de barras<sup>57</sup>, se puede considerar una incógnita intermedia entre los valores de carga y los de tensión de cada punto; este valor intermedio es la resultante de tensiones en cada sección, aplicada en su centro de gravedad; el proceso se descompone entonces en dos fases: la de análisis de estructuras, que permite el paso de cargas a solicitaciones, y la de resistencia de materiales, que permite el paso de solicitaciones a tensiones.

En una estructura de una sola barra doblemente apoyada, las posibilidades de tensión y equilibrio de ésta con la carga son múltiples, pero todas ellas deben dar una misma resultante

---

<sup>57</sup>. En una barra la dimensión longitudinal es siempre mucho mayor que las de sus secciones transversales.

deducible directamente de la carga e independiente de la forma y parámetros de la sección. El problema global es hiperestático, pero el paso de carga a sollicitación es isostático.

En el paso de sollicitación a tensión subyace la indeterminación, que se puede resolver introduciendo condiciones de deformación razonables, como la ley lineal de deformación o deformación plana —hipótesis de Navier—, que fuerza una distribución obligada de tensiones, y en cada sección aparece una relación directa entre sollicitación y tensiones, sin que dependa de lo que sucede en otras secciones de la pieza.

El hecho de que los valores de tensión de cada sección dependan exclusivamente de la sollicitación en esa sección, desacopla la interrelación existente con otros puntos de otras secciones de la barra, simplificando notablemente el problema del análisis de la estructura y, por tanto, el del cálculo<sup>xxxiv</sup>.

El cambio de incógnita reduce el número de variables a utilizar y elimina el hiperestatismo interno en el caso de la barra apoyada; esta característica es la más importante de la simplificación, pues en una barra, a partir del conocimiento de las sollicitaciones en los extremos, se pueden determinar los valores en todas las demás secciones.

### 3.1.3. Solución hiperestática

Las soluciones más frecuentes con barras de hormigón armado se realizan con estructuras hiperestáticas, debido a sus mayores posibilidades resistentes; para su análisis basta con resolver un número de incógnitas igual al grado de hiperestatismo existente. Sin embargo, este proceso de resolución no exime de tener antes definidas todas las variables que determinan la geometría de la sección del hormigón y la del acero.

La influencia relativa entre los parámetros de las diferentes barras que forman la estructura, aumenta la complejidad del análisis de las estructuras con alto grado hiperestático; hasta que no ha resultado posible la resolución mediante potentes calculadores, ha sido necesario introducir importantes simplificaciones del problema. La más usual es la realizada con el análisis lineal, que prescinde de la armadura en la consideración de rigidez de la sección, para introducir el armado en la parte final del proceso y en función de los valores de las solicitaciones, suponiendo independiente la sollicitación de la armadura; de forma implícita, se considera la sollicitación como variable poco sensible a la armadura.

El eliminar el factor del armado del análisis estructural y sacarlo fuera, haciéndolo dependiente de las solicitaciones y no a la inversa, reduce notablemente el aparato requerido para la resolución matemática; sin embargo, el análisis no lineal ha demostrado que el rango del error cometido puede llegar a ser importante —y en ocasiones estar en contra de la seguridad estructural—.

Tal y como plantea De Miguel, en el análisis se da una situación paradójica: el problema es resolver la estructura, que es la incógnita; pero, para hacer el análisis, se necesita conocer la estructura como dato. En los casos hiperestáticos, se tienen más vínculos que los mínimos necesarios, hay muchas

incógnitas y pocas ecuaciones, y se necesitan hipótesis adicionales, como ecuaciones de compatibilidad, para resolverlo; el problema del análisis es más complejo cuanto más hiperestático sea.

Si se contempla desde el punto de vista del cálculo, el hiperestatismo puede ser una ventaja, ya que la estructura tiene más posibilidades de resistir, existen más recursos de resistencia y, a medida que se agotan unos, puede utilizar otros. El resultado final es la acumulación de las resistencias dadas por la suma de todos ellos, o dicho de otro modo, la suma de todas las cargas que van agotando los distintos recursos estructurales. En los casos no redundantes hay que utilizar el análisis para dotar a la estructura de resistencia, ya que sólo hay un camino; pero en los casos redundantes hay muchas formas de hacerlo, hay diferentes respuestas al cálculo; la determinación del comportamiento estructural es más laboriosa en estos casos, el análisis es más complejo, mientras que obtener una estructura suficientemente segura —objetivo del cálculo— es más fácil, el cálculo resulta más simple.

Si se somete al análisis la solución hiperestática y se obtienen las solicitaciones correspondientes a la carga, el paso siguiente es asegurar que existe la suficiente capacidad en cada uno de los puntos estructurales para resistir las solicitaciones encontradas. Pero esto hay que hacerlo para cada una de las opciones posibles, ya que, debido a la dependencia entre solicitaciones y capacidades resistentes, las alternativas son múltiples y los resultados del análisis no son fácilmente comparables; algunas soluciones, por el hiperestatismo existente, pueden agotar progresivamente diferentes secciones conduciendo a soluciones más ajustadas o estrictas.

Para la definición de la estructura —el cálculo—, la verificación de las solicitaciones correspondientes a una sola de las configuraciones resistentes y posibles no es interesante. Lo importante es conocer si existe y será

suficiente, un modelo estable<sup>58</sup> de configuración de capacidades resistentes en diferentes puntos, para dotar de seguridad a la estructura, y cual es la más estricta de las posibles soluciones. Esto no significa que sea necesario tener toda la estructura dimensionada, como requiere el análisis; basta con asegurar el cumplimiento de reglas de diseño específicas, que son las que determinan las variables de mayor potencia, y que aseguran los resultados buscados<sup>xxxv</sup>.

---

<sup>58</sup>. En el que pequeñas variaciones de detalle no modifiquen el resultado hasta el punto de hacerlo inseguro.

### 3.1.4. El cálculo

La resolución del diseño por cálculo directo consiste en despejar la función que, para cada barra, relaciona las condiciones estructurales que hay que resolver —luces y cargas, datos del problema— con las posibilidades con las que cuenta cada barra para resistir —sección, armadura y condiciones de los apoyos—. La resolución es normalmente compleja, debido a que los parámetros—resultado dependen de los datos de entrada; pero la relación de dependencia, la función, depende también de los resultados. El objetivo final es definir un importante número de valores de variables: el armado y sección de todas las barras. La armadura de una viga depende fundamentalmente del momento flector, pero también influye en el valor de éste<sup>59</sup>. La resolución por cálculo no lo es en sentido estricto, la función no es despejable.

Para definir la geometría y el armado de las barras, se necesita introducir información adicional sobre las diferentes posibilidades que resuelven el mismo problema, con objeto de poder decidir de entre ellas cuál es la más estricta, la solución que requiere menos cantidad de estructura<sup>60</sup>.

Una solución iterativa necesita partir de la relación del momento en función de la armadura, poniendo la armadura en función del momento; el proceso termina cuando se satisfacen las relaciones correspondientes:

$$M_i = f_1(U_i) \quad U_i = f_2(M_i) \quad \text{para cualquier valor de } i.$$

Para iniciar la iteración hay que cebar las ecuaciones con valores iniciales de  $M$  ó de  $U$ ; depende de estos valores que

---

<sup>59</sup>. Sensibilidad y potencia recíproca de la variable al mismo tiempo.

<sup>60</sup>. El óptimo del diseño a nivel de sección está determinado y resuelto en otro apartado posterior.



el proceso se cierre o no, ya que el valor de  $U$ , determinado por  $M$ , y el valor de  $M$  que necesita  $U$ , puede estar cada vez más cercano del inicial, o al contrario, cada vez más alejado<sup>61</sup>. En el caso de convergencia, la estabilidad de la solución no hace necesaria una gran precisión; cuando hay divergencia en los resultados, no se puede proseguir la búsqueda, ya que la dispersión de éstos invalida la solución, falta fiabilidad, por lo que se puede afirmar que en esa situación existen rasgos caóticos.

La primera impresión es que los resultados de la variable armado varían menos que el valor del momento, que hay menos posibilidades de formas de armar que de momentos flectores. Los momentos varían de forma continua y, sin embargo, la armadura sólo se puede modificar añadiendo o cortando redondos para variar el número total de barras del armado, o introduciendo diámetros diferentes más ajustados, por lo que la variación es a saltos y con un intervalo menor —por ejemplo:  $2\phi 12$ ,  $3\phi 10$ ,  $2\phi 14$ ,  $1\phi 20$ ...— sin más posibilidades intermedias; la variable armado es más estable, ya que cubre un cierto margen de valores de momento con cada combinación de armado.

De una gama muy amplia de posibilidades —momentos flectores— se deducen muy pocos resultados —formas de armar—.

Para una curva de momentos flectores de tipo parabólico, correspondiente a cargas uniformes, la utilización de seis o siete escalones de armado —lo que equivale a otros tantos paquetes de barras— resuelve el problema en la mayoría de los casos; un elevado número de paquetes no tiene por qué resultar más interesante, pues el menor peso total no compensa la complejidad de control y ejecución; algo similar sucede con el armado de estribos para resistir el esfuerzo a cortante: dos o tres escalones pueden resolver adecuadamente el armado.

La situación no difiere demasiado para cargas no uniformes —puntuales o variables a lo largo de la barra—, además en edificación suelen ser sólo elementos matizadores con respecto

---

<sup>61</sup>. La resolución de estas ecuaciones no es sencilla en la mayoría de los casos, ya que la variación de  $U$  a lo largo de la viga es discreta.

a una carga uniforme que domina la situación; la aparición de cambios de pendiente en la curva de momentos no altera el comentario anterior.

En el análisis lineal, el procedimiento es determinar las armaduras una vez conocidas las curvas de solicitaciones, obtenidas, a su vez, a partir de las rigideces, y éstas dependen del dimensionado. Por ejemplo, si se diseña con sección constante se obtienen los esfuerzos correspondientes; sin embargo, los resultados de este análisis no se pueden utilizar para secciones no constantes, pues, en rigor, hay que considerar las solicitaciones dependientes de la rigidez de la pieza armada —no sólo de la sección de hormigón—.

Para diseñar una estructura, se necesita definir el tamaño y forma de todas las secciones de sus barras, así como su armado. Si se analiza con objeto de verificar que resiste, hay que comprobar al menos las secciones críticas, las que tienen mayor sollicitación en relación con su resistencia; pero si el resultado no es satisfactorio, por no ser seguro o resultar demasiado holgado, no basta con modificar esa sección, hay que empezar de nuevo; no se puede incrementar a posteriori la sección donde aparecen sollicitaciones mayores, hay que repetir el análisis con los correspondientes cambios.

Para obtener criterios adecuados de diseño estructural, es preciso analizar la variación del valor de sollicitaciones contra modificaciones del armado.

Lo interesante, desde el punto de vista del cálculo, es intentar ajustar lo más posible las variaciones de resistencias a las variaciones de sollicitaciones; sin embargo, incluso en un solo tramo es difícil ajustar dos secciones a la sollicitación correspondiente; por lo general, queda una ajustada y las demás sobradas. En algunas ocasiones, el exceso de resistencia que resulta del sobredimensionado puede servir para resistir más carga; evidentemente, no es el caso de las estructuras isostáticas, en las que el fallo de la sección más sollicitada lleva al colapso general. El segmento final del diagrama momento curvatura de las secciones de hormigón armado tiene generalmente suficiente desarrollo para admitir un giro libre

de relativa importancia<sup>62</sup>, sin prácticamente incremento de sollicitación; así, en las hiperestáticas las secciones que se agotan alcanzan esta situación, y giran con una curvatura indeterminada, limitada por la deformación del resto de la estructura. La carga final se resiste por incremento de sollicitación y deformación en las secciones que tienen aún margen para ello, este proceso se mantiene hasta que la estructura, o parte de ella, se transforma en un mecanismo —flecha ilimitada— y colapsa.

Es necesario analizar en detalle el comportamiento de la sección de hormigón ante la sollicitación de momento —relación momento curvatura—, para obtener los parámetros necesarios al cálculo.

---

<sup>62</sup>. Escalón de cedencia.

### 3.1.5. Rigidez<sup>63</sup>

La rigidez real de la sección de hormigón es variable según la entrada de carga, en la que se pueden diferenciar tres fases, cualitativamente diferentes:

Al principio, con el hormigón sin fisurar, el valor de la rigidez es el de la sección de hormigón en masa:  $E_c b h^3 / 12$  para sección rectangular  $—bh—$ , y  $E_c b_o h^3 / 3$  para sección con forma en **T** con ala indefinida y ancho inferior  $b_o$ , siendo  $E_c$  el módulo de rigidez del hormigón<sup>64</sup>.

Posteriormente a la fisuración, el comportamiento es de hormigón armado; la curvatura es el cociente de la deformación a la distancia de la fibra traccionada:

$$1/r = \varepsilon_i / (d - x) \quad \text{como} \quad \varepsilon_i = \sigma_i / E_s \quad \text{y} \quad \sigma_i = M / A_s z$$

$$1/r = M / E_s A_s z (d - x) \quad , \text{por lo que la rigidez es:}$$

$$E_s A_s z (d - x)$$

como  $z$  es una fracción de  $d$ , se puede poner:

$$EI = \alpha E_s A_s d^2$$

$r$  = Radio de curvatura

$\varepsilon_i$  = Deformación de la fibra  $i$

$d$  = Canto mecánico

$x$  = Profundidad del bloque comprimido

$\sigma_i$  = Tensión de la fibra  $i$

$E_s$  = Módulo de rigidez de la armadura

---

<sup>63</sup>. El desarrollo de los epígrafes correspondientes al modelo no lineal se basa en las comunicaciones en el seno del Grupo Español del Hormigón —G.E.H.O.— y otros trabajos de José Luis de Miguel.

<sup>64</sup>. Se adopta la simplificación de utilizar un valor constante para éste, el correspondiente a su valor instantáneo.

$A_s$  = Área de la armadura.

$M$  = Momento flector

$z$  = Brazo de palanca

Siendo  $\alpha$  un coeficiente dependiente de la profundidad comprimida, de valor entre 0,75, para secciones poco armadas, y 0,45 cuando están al límite de necesitar armado a compresión. Para valores de  $A_s$  entre 0,4 y 1% del área de hormigón, el valor de rigidez está entre la mitad y la quinta parte del de la sección en la fase anterior; la disminución brusca de rigidez supone un salto en la relación  $M/\theta$ . En esta fase, para una viga de sección de hormigón constante, la rigidez es prácticamente proporcional al armado.

En un análisis detallado, el paso a la rigidez fisurada sucede de forma discreta, a medida que las secciones van fisurando; en la zona no fisurada existe todavía transferencia de tensión por adherencia entre hormigón y acero. Si se analiza un intervalo hay que considerar la colaboración a la rigidez de todas las secciones fisuradas y no fisuradas, lo que supone una corrección a la curva eliminando el salto del cambio de fase, ver Figura 32. Para codificar la rigidez se puede utilizar un valor ligeramente superior para  $\alpha$  —entre 0,6 y 0,9—, correspondiendo la función a una curva que ya no pasa por el origen. En la gráfica se representa la colaboración del hormigón entre fisuras como el área encerrada por el sector delimitado en la fase II entre el arco y la recta —sin esta colaboración la fase II sería una recta desde el origen—.

Cuando el acero alcanza el límite elástico, la sección tiene la posibilidad de aumentar su deformación incrementando su curvatura —sin incremento apreciable de momento—, subiendo la línea de fibra neutra —más tensión de hormigón en menos profundidad, pero con la misma resultante—, y así, aunque la tensión del acero ya casi no puede aumentar, el incremento de brazo de palanca aumenta ligeramente el momento hasta llegar a alcanzar la deformación límite del acero o la del hormigón. Ver Figura 32.

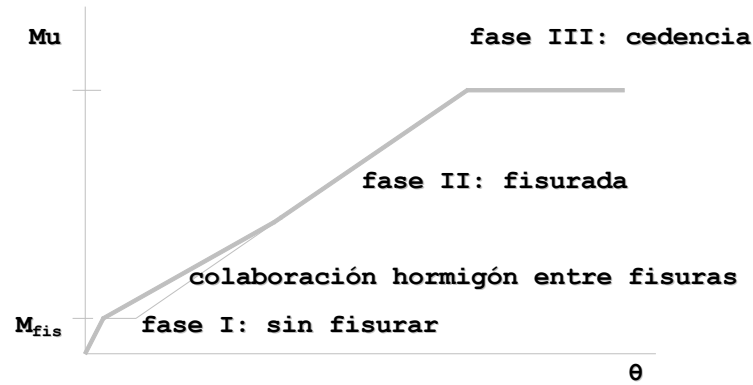


Figura 32: DIAGRAMA MOMENTO CURVATURA

La rigidez a nivel sección en la fase III es casi nula; la cedencia del acero es mayor o menor en función de las características de la sección —de su ductilidad— y depende del margen de resistencia que le queda al hormigón, siendo mayor si existe suficiente hormigón y ,por tanto, poca armadura —es mayor para piezas en **T** y para las que tienen armado a compresión—.

Nuevamente, el valor exacto de la rigidez para un intervalo depende de secciones en diferentes situaciones que no se agotan al mismo tiempo. En el Eurocódigo 2 —A2.3— se define un término de rigidez equivalente, para estimar el valor de la rotación de las secciones entre rótulas; para piezas esbeltas y con un valor relativo de momento último muy superior al de la fisuración del hormigón —lo cual resulta frecuente—, este valor prácticamente corresponde a:

$$E_s A_s z (d - x)$$

Siendo  $z$  el brazo de palanca de la sección. La expresión es prácticamente la de la rigidez de la sección fisurada que, en la Figura 32, corresponde a la pendiente de la zona final de la fase II.

### 3.1.6. Ductilidad

En la fase III, el posible incremento de sollicitación basado en subir el brazo de palanca es pequeño; pero el incremento de la deformación puede ser importante. Para barras con secciones pequeñas, con mucho armado —esbeltas—, el aumento posible de brazo de palanca es menor que para secciones grandes, poco armadas, que admiten más momento para producir el mismo giro. La existencia de armadura que pueda trabajar a compresión, también incrementa la zona tendida de la gráfica de esta fase por el mismo motivo —permite aumentar el valor de  $z$ —; el incremento de  $z$  supone incremento de  $M$  y también significa que un mayor número de secciones próximas alcanzan esta situación, lo cual proporciona giros mayores.

Utilizando el término de rigidez del apartado anterior, si el giro plástico es:

$$\Phi = k q_u L^3 / EI_{eq} = k q_u L^3 / E_s A_s z (d - x)$$

en función del valor de  $M_u = k' q_u L^2 = A_s f_{yz} z$ , queda

$$\Phi = k A_s f_{yz} z L / k' E_s A_s z (d - x) = KL/h$$

$$\text{para } K = k f_{yz} / k' E_s (d - x)$$

Siendo  $q_u$  el valor de la carga que produce el giro plástico,  $EI_{eq}$  la rigidez equivalente de la zona entre rótulas y  $L$  la luz de la barra;  $k$  y  $k'$  son coeficientes numéricos según el tipo de carga y barra; y  $K$  depende, además, de la profundidad comprimida y del tipo de acero.

Por lo tanto, las variables que principalmente determinan el resultado son la esbeltez y el brazo de palanca.

Si la pieza es muy rígida —poco esbelta—, se precisa más momento para un giro pequeño; desde este punto de vista se dice que la pieza es muy dúctil, pues un giro pequeño hace variar mucho el momento. Una pieza esbelta gira mucho para un momento pequeño, luego el momento varía poco para un giro grande: esta pieza resulta poco dúctil.

La relación momento a giro manifiesta fases con distintos valores que responden a cualidades diferentes, pero la amplitud de la fase I es muy pequeña; en la fase II, la existencia de secciones fisuradas y no fisuradas se puede corregir con un incremento del coeficiente  $\alpha$ ; por otro lado, la fase III sólo aparece en puntos singulares, y la fórmula aproximada del Eurocódigo permite utilizar la pendiente de la fase II como rigidez del intervalo entre rótulas plásticas, por lo que el valor de la rigidez de la sección fisurada —fase II— resulta el parámetro más significativo de la rigidez de la pieza en una linealización de la relación momento curvatura de la barra.

En el acero laminado los giros plásticos pueden ser mucho mayores, por las características de deformación plástica del material; sin embargo, el hormigón armado tiene cualidades específicas, al depender del conjunto hormigón más armadura, que tiene un comportamiento asimétrico. Por esta razón existen límites a las redistribuciones de solicitaciones, límites que se contemplan en las normas en función de la cantidad de hormigón comprimido, y que acotan los giros totales.

La importancia de este giro plástico de la sección no es el pequeño aumento del momento resistido, sino el hecho de permitir, en estructuras hiperestáticas, un incremento de la carga última basado en incrementos de la solicitación en secciones que no hayan alcanzado aún la deformación límite y que son *esperadas* por las más solicitadas al entrar en la fase de cedencia; en la medida en que su ductilidad lo permite, se redistribuyen los diagramas de solicitaciones incrementando los esfuerzos en el resto de secciones.



En análisis lineal se determinan las solicitaciones considerando sólo la rigidez de la fase I. Si se analiza la barra así armada en su situación real —normalmente en fase II—, las diferencias de comportamiento con lo esperado pueden ser tales, que posiblemente no se alcance la carga última si no se cuenta con una amplia redistribución de solicitaciones, obtenida por la cedencia —fase III— de algunas secciones, y con consideraciones de análisis no lineal.

A partir del análisis no lineal se pueden extraer consecuencias para diseñar las barras en flexión contando con un comportamiento más parecido al real y, por tanto, más seguro.

El análisis de la ductilidad resulta uno de los datos principales y más complejos de cuantificar. El giro de una sección con respecto a otra se produce por la suma de los giros acumulados entre ambas y, para conseguir el giro plástico necesario para alcanzar un incremento de carga apreciable por encima del que ha agotado la sección, es preciso que la fase plástica se mantenga en un intervalo. Para puntas acusadas de la gráfica de momentos —por ejemplo, sobre los apoyos—, la zona que alcanza la cedencia presenta un rango muy corto, y el intervalo en fase plástica es muy pequeño. La realidad de la situación es que la hipótesis de Navier —deformaciones planas— no se mantiene en el apoyo, y la deformación de las secciones se produce en forma de abanico; la entrada de la carga no se realiza en un punto, es gradual y depende del ancho del apoyo. Resulta importante el análisis del retraso de tensiones que origina el cortante y que puede ocasionar que la cedencia se produzca en una zona cercana al canto de la pieza, con un incremento importante del giro posible.

En el Eurocódigo —A2.2— se fija el valor del giro máximo admisible con consideraciones de análisis no lineal en 0,8% de radián, para acero de ductilidad normal, con independencia del valor de  $x/d$  si éste es menor que 0,4, y disminuyendo hasta 0,6% para  $x/d = 0,5$ <sup>65</sup>; este valor es el que hay que considerar

---

<sup>65</sup>. En la versión anterior del Eurocódigo, el giro plástico admisible tenía más dependencia de  $x/d$ , para cualquier tipo de acero.

para el acero que habitualmente se utiliza en España, pues los aceros que cumplen estrictamente la EH-88 sólo son de ductilidad normal.

El Eurocódigo —2.5.3.-4.2.— también define un coeficiente de redistribución admisible, que permite la simplificación de utilizar análisis lineal con una aproximación al resultado del análisis no lineal, válida para los casos de vigas continuas con relación de luces inferior a 2, y para pórticos no desplazables.

El coeficiente  $\delta$  indica la relación entre momento redistribuido y momento antes de redistribuir. El valor correspondiente para hormigón de resistencia  $f_{ck} < 350 \text{ kp/cm}^2$ , en función de la relación  $x/d$ , es:

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 x/d$$

y en aceros de ductilidad normal, además, hay que cumplir el valor límite:

$$\delta \geq 0,85$$

La redistribución posible varía entre el 6% y el 15%, siempre que  $x/d < 0,40$ , valor a partir del cual no se admite ninguna redistribución. Para los diseños en los que el brazo de palanca  $z \geq 0,85d$ , se puede realizar sin comprobación un 15% de redistribución; para  $z = 0,82d$ , un 12% y para  $z = 0,80d$ , hasta un 6%; con lo que, prácticamente sólo en las vigas de canto —poca esbeltez—, o en las planas con armado a compresión, tiene interés la aplicación de esta simplificación; si se quiere afinar en el problema, se puede hallar el giro de la sección con análisis no lineal.

### **3.1.7. Barra doblemente empotrada**

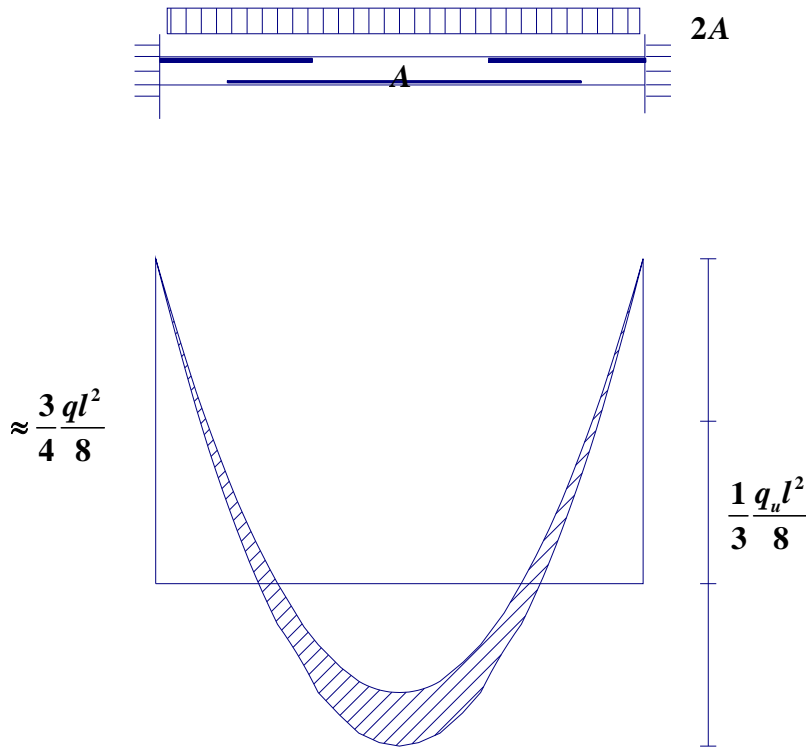
#### **3.1.7.1. Armado en proporción 2:1**

Para la barra isostática, el análisis no lineal no difiere en el resultado de las solicitaciones del análisis lineal, únicamente muestra que la deformación no es proporcional a la carga. Sin embargo, la aplicación a una barra doblemente empotrada de sección rectangular presenta unos resultados bastante diferentes de los del análisis lineal.

En una barra con carga uniforme y rigidez constante, la relación de momentos de apoyos a centro del vano está en la proporción de 2:1, y para rigidez doble de apoyo a vano, los momentos pasan a la relación 3:1.

En análisis lineal, para sección constante de hormigón se dispondría armadura en proporción 2:1 aproximadamente. Si a continuación se analiza con consideraciones más reales —no lineales—, se comprueba que esta situación sólo corresponde a la fase no fisurada —fase I—, la cual sólo ocurre para cargas mucho menores que las previstas. A medida que se incrementa la carga, las secciones próximas al apoyo se fisuran, disminuyendo su rigidez en relación con el vano, por lo que el momento se incrementa en apoyo algo más despacio que en vano. Pero cuando el vano se fisura también —lo que puede ocurrir con aproximadamente un cuarto de la carga de servicio—, la situación se invierte, por estar ahora la relación de rigidez de apoyo a vano en proporción de 2:1 —fase II— y, por tanto, los incrementos de momento están en la proporción de 3:1. Tal inversión es progresiva, pues existen zonas intermedias, sin fisurar todavía, que matizan el resultado, sin embargo, el momento de fisuración se alcanza rápidamente y los valores finales, sin considerar la fase III, están más cerca de la proporción 3:1 que de la 2:1. Esto significa que las secciones del apoyo alcanzan la fase de cedencia antes que las del vano y que, para alcanzar la carga última, las secciones de los apoyos

deben girar incrementando el momento en el vano hasta alcanzar aquí también la fase III y convertir la estructura en un mecanismo. Ver Figura 33.



**Figura 33. VIGA BIEMPOTRADA CON ARMADO EN PROPORCIÓN 2:1. LA ZONA RAYADA INDICA LA REDISTRIBUCIÓN DE SOLICITACIONES**

La relación entre  $q/q_u$  es  $8/9$ , por lo que la rotación plástica del apoyo se realiza por una fracción de la carga última, de valor  $0,11q_u$ , y el giro es:

$$\Phi = \frac{qL^3}{24EI_{eq}} = \frac{0,11q_u L^3}{24E_s A_s z (d - x)}$$

como el momento último en el vano es:

$$M_u = \frac{q_u L^2}{24} = A_s f_{yk} z, \text{ sustituyendo en la ecuación anterior:}$$

$$\Phi = \frac{0,11 A_s f_{yk} z 24 L}{24 E_s A_s z (d - x)} \quad \text{y como } f_{yk}/E_s \approx 0,002$$

para el valor de  $z = 0,85d$  resulta  $\Phi \approx 0,033\% L/h$ . Ver Tabla XIII.

**Tabla XIII: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 2:1. Viga biempotrada**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi \cdot h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,026%	31
0,93	0,15	0,85	0,027%	29
0,90	0,20	0,80	0,029%	28
0,87	0,25	0,75	0,031%	26
0,85	0,30	0,70	0,033%	24
0,82	0,35	0,65	0,036%	22
0,80	0,40	0,60	0,039%	21

En la tabla figuran los límites de esbeltez para un giro máximo de  $\Phi = 0,8\%$  —valor límite admisible para el giro plástico en análisis no lineal, según el Eurocódigo—; para  $z = 0,85d$ , la máxima esbeltez es 24.

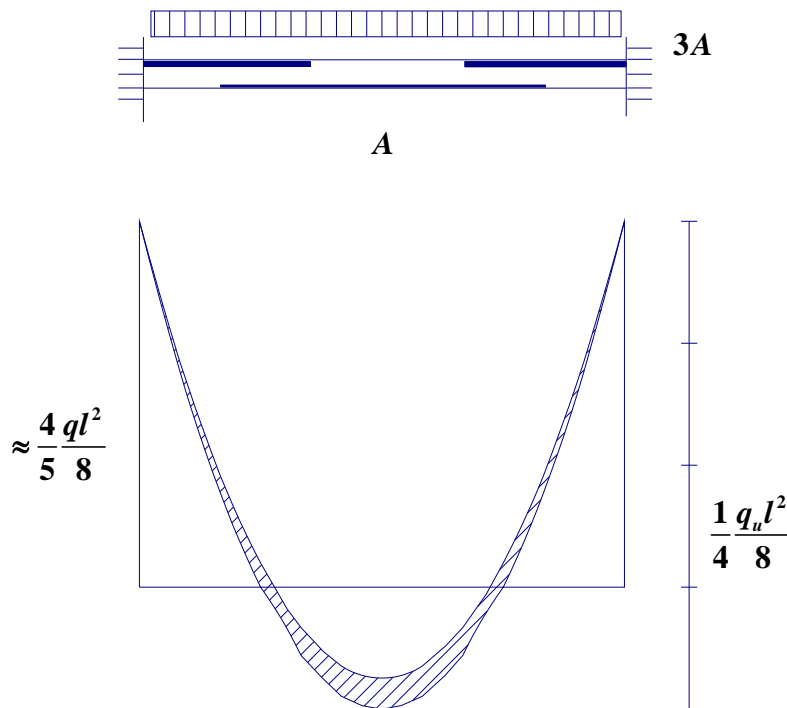
Para redistribuciones mayores que la indicada, sin sobrepasar dicho límite de giro, habría que disminuir la profundidad comprimida, introduciendo armado a compresión o disminuyendo la esbeltez.

Este aspecto de redistribución se revela en el análisis no lineal como necesario para alcanzar la carga última si se parte del análisis lineal, lo cual obliga a comprobar de si el giro necesario para ello, es posible para la estructura.

A la vista de las implicaciones que el diseño de la armadura tiene sobre la rigidez y, por tanto, sobre la sollicitación y sobre la redistribución necesaria para agotar las armaduras, se hace preciso analizar las variaciones que resultan de cada uno de los factores, con objeto de determinar, de entre las posibles, la mejor solución al diseño de la viga.

### 3.1.7.2. Armado en proporción 3:1

Con un esquema de armado 3:1, los momentos inicialmente se reparten como en la situación anterior, en la proporción 2:1; pero, a partir de la fisuración, lo hacen en proporción 4:1 —lo correspondiente a rigidez 3:1—. También se necesita una rotación final del apoyo, pero ahora es menor. Sin embargo, la sección del apoyo —más armada— es probablemente menos dúctil que antes, e incluso el aumento de ductilidad mediante la introducción de armado a compresión, prolongando la armadura inferior, es ahora peor remedio, por quedar más alejada la armadura inferior y tener menos cuantía que en la solución anterior. Ver Figura 34.



**Figura 34. VIGA BIEMPOTRADA CON ARMADO EN PROPORCIÓN 3:1. LA ZONA RAYADA INDICA LA REDISTRIBUCIÓN DE SOLICITACIONES.**

La relación entre  $q/q_u$  es **15/16**, por lo que la rotación plástica del apoyo se realiza por una fracción de la carga última, de valor **0,063** $q_u$ , y el giro es:

$$\Phi = \frac{qL^3}{24EI_{eq}} = \frac{0,063q_u L^3}{24E_s A_s z (d - x)}$$

como el momento último en el vano es:

$$M_u = \frac{q_u L^2}{36} = A_s f_{yk} z, \text{ el giro es:}$$

$$\Phi = \frac{0,063 A_s f_{yk} z 36L}{24 E_s A_s z (d - x)} \quad \text{y para } f_{yk}/E_s \approx 0,002$$

si  $z = 0,85d$ , resulta  $\Phi \approx 0,028\% L/h$ . Ver Tabla XIV.



Tabla XIV: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 3:1. Viga biempotrada.

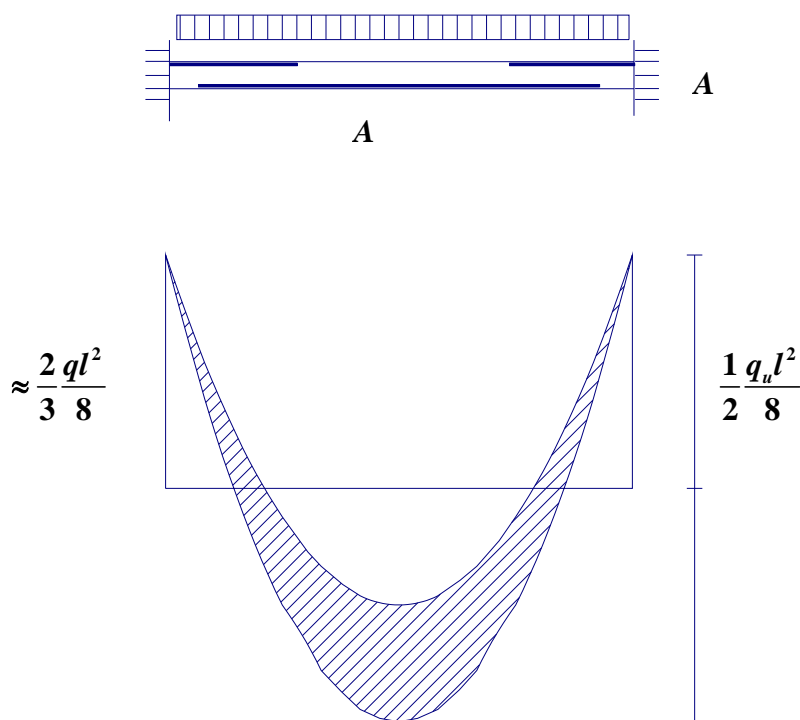
$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\phi \cdot h/L$	límite esbeltez para $\phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,022%	37
0,93	0,15	0,85	0,023%	34
0,90	0,20	0,80	0,025%	32
0,87	0,25	0,75	0,026%	30
0,85	0,30	0,70	0,028%	28
0,82	0,35	0,65	0,030%	26
0,80	0,40	0,60	0,033%	24

Para  $z=0,85d$ , la máxima esbeltez ahora es 28.

Con armaduras en proporciones aún más distantes, como 4:1 ó 5:1, todavía es necesaria alguna redistribución, para la que se cuenta cada vez con menos ductilidad; esta necesidad deja de existir —solución autocongruente— con valores de armado en la proporción 6:1 ó 7:1, soluciones que no parecen muy razonables como criterios de armado.

### 3.1.7.3. Armado en proporción 1:1

Modificando el armado en sentido inverso —con armaduras en la proporción 1:1— en la situación inicial —sin fisurar— los momentos crecen en proporción 2:1, y lo siguen haciendo en la misma proporción después de fisurar, por lo que la fase III se alcanza antes en el apoyo. El giro necesario es ahora mayor que en las disposiciones de armadura anteriores; sin embargo, también la ductilidad es mayor y, además, se cuenta para reforzarla con un armado inferior más importante y más próximo. Ver Figura 35.



**Figura 35. VIGA BIEMPOTRADA CON ARMADO EN PROPORCIÓN 1:1. LA ZONA RAYADA INDICA LA REDISTRIBUCIÓN DE SOLICITACIONES.**

La relación entre  $q/q_u$  es  $3/4$ , por lo que la rotación plástica del apoyo se realiza por una fracción de la carga última, de valor  $0,25q_u$ , y el giro es:

$$\Phi = \frac{qL^3}{24EI_{eq}} = \frac{0,25q_u L^3}{24E_s A_s z (d-x)}$$

el momento último en el vano es ahora:

$$M_u = \frac{q_u L^2}{16} = A_s f_{yk} z \quad \text{y, por tanto:}$$

$$\Phi = \frac{0,25 A_s f_{yk} z 16L}{24 E_s A_s z (d-x)} \quad \text{y para } f_{yk}/E_s \approx 0,002$$

si  $z = 0,85d$ , resulta  $\Phi \approx 0,05\% L/h$ . Ver Tabla XV.

Tabla XV: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 1:1. Viga biempotrada

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi \cdot h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,039%	21
0,93	0,15	0,85	0,041%	19
0,90	0,20	0,80	0,044%	18
0,87	0,25	0,75	0,047%	17
0,85	0,30	0,70	0,050%	16
0,82	0,35	0,65	0,054%	15
0,80	0,40	0,60	0,059%	14

Para  $z = 0,85d$ , la máxima esbeltez ahora es 16.

### 3.1.8. Relación de armadura a esbeltez

Tiene interés la comparación de los resultados obtenidos mediante consideraciones no lineales, con los que se obtienen si se realiza análisis lineal, utilizando la redistribución máxima permitida por el Eurocódigo, sobre los valores obtenidos con la rigidez del hormigón sin fisurar —que, para la viga biempotrada anterior, es la correspondiente a sección constante—. La banda de valores admisibles de proporción de armado se expresa en la Tabla XVI.

**Tabla XVI: Análisis lineal con redistribución. Variación proporción de armado. Viga biempotrada.**

z/d	x/d	(d-x)/d	REDISTRIBUCIÓN	
			SIN	CON
0,95	0,10	0,90	2 : 1	1,3 : 1
0,93	0,15	0,85	2 : 1	1,3 : 1
0,90	0,20	0,80	2 : 1	1,3 : 1
0,87	0,25	0,75	2 : 1	1,3 : 1
0,85	0,30	0,70	2 : 1	1,3 : 1
0,82	0,35	0,65	2 : 1	1,5 : 1
0,80	0,40	0,60	2 : 1	1,7 : 1

En el caso habitual de vigas correspondientes a pórticos de edificación, éstas están unidas a forjados, con lo que cuentan con un área de hormigón adyacente que colabora en cierta medida a su rigidez; como mínimo, está la capa de compresión y, a menudo, una zona de macizado de bovedillas —resto de la modulación utilizada en su colocación<sup>66</sup>—. Para la sección fisurada, la rigidez ya no es tan sensible a la forma considerada —rectangular o en T—, sino que depende principalmente de la armadura y del brazo de palanca; y como en

<sup>66</sup>. El Eurocódigo indica que en estos casos se debe distribuir el armado en la cara superior, a ambos lados de la rama vertical del estribo.

el vano —momentos positivos— cuenta para la compresión con la colaboración del forjado, el incremento del brazo de palanca puede suponer de un 5 a un 10% de ahorro de armadura con respecto a los mismos valores negativos, sin embargo, a efectos de rigidez la diferencia suele ser menor, ya que se compensa el mayor brazo con la menor cuantía que generalmente se dispone a positivos, por lo que la consideración de la forma en **T** de la sección no altera en gran medida los resultados que se obtienen para sección rectangular —considerando el comportamiento real, no lineal—.

Si se contempla la forma en **T** de la sección en el vano, la diferencia de resultados entre análisis no lineal y lineal redistribuido según el Eurocódigo, puede llegar a ser importante, pues lleva a cantidades menores de armado a positivos con proporciones aún más igualadas después de la redistribución. En esa situación, el análisis no lineal invalida soluciones que provienen del lineal redistribuido, La posibilidad de consideración de la sección en **T** no queda reflejada en la Tabla XVI<sup>XXXVI</sup>.

Con análisis no lineal, prácticamente todos los esquemas de armado necesitan redistribución en algún grado; la comprobación pertinente es si la redistribución necesaria es posible para la pieza, lo que depende de la ductilidad de ésta, y por tanto de la esbeltez, y en menor grado de la existencia o no de armadura de compresión.

Entre las proporciones 2:1 y 1,3:1 existe una gama de posibilidades que, previsiblemente, resulta válida tanto con el análisis no lineal como con la simplificación de análisis lineal con redistribución. Las proporciones mayores que 2:1, a pesar de necesitar aún menos giro, no se contemplan en el análisis lineal, y tampoco son aconsejables por la concentración de acero que producen.

El área total de momentos flectores disminuye con el aumento de los momentos de negativos; para secciones de canto constante entre apoyos, las resistencias de negativos son, sin

embargo, más costosas, pues las longitudes resultantes del despiece de armadura son mayores para el mismo valor de momento, el anclaje se realiza entonces en peores condiciones y requiere también mayores longitudes.

En general, el óptimo de distribución de armado se encuentra entre las proporciones 2:1 y 1:1, y no existe un gran ahorro de material entre ambos extremos; además pero ninguna proporción aprovecha totalmente las capacidades resistentes en la viga biempotrada sin redistribución. Si se aseguran los márgenes de cálculo que resultan validados por el análisis no lineal, alcanzando el agotamiento de las armaduras mediante el giro plástico necesario y posible, cualquier solución de las existentes entre los citados márgenes es segura, lo que significa que no es necesario continuar con el análisis.

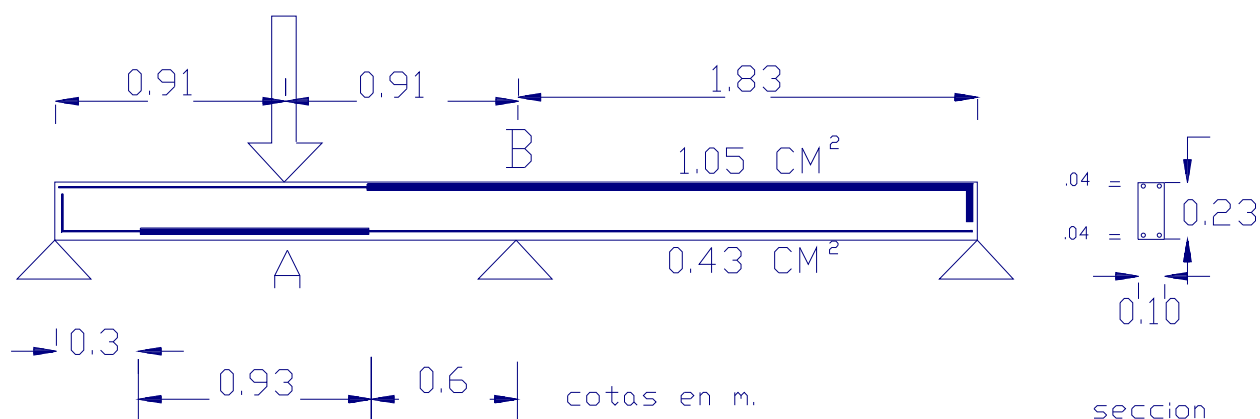
Si se garantiza la resistencia disponiendo capacidades mecánicas suficientes para cubrir el momento isostático, en la proporción acotada por los márgenes que indica el análisis no lineal —en definitiva, con consideraciones de ductilidad y, por tanto, de esbeltez—, cualquiera de las soluciones es igualmente válida y la pieza se puede diseñar sin más análisis; la linealización del problema permite utilizar herramientas de cálculo para definir la geometría estructural.

Como conclusión, para el diseño de la pieza la variable de más potencia es la esbeltez, y en segundo lugar la variación del brazo de palanca; estos son los valores que hay que determinar. La variación de proporción de armado dentro del margen fiable no es grande y, en todo caso, la amplitud de ese margen depende de la esbeltez utilizada. El análisis no lineal proporciona una potente herramienta de diseño al permitir elegir el armado entre límites acotados; no hay grandes cambios en cuanto a ahorro de material, pero ahorra en el procedimiento de cálculo.

### **3.1.9. Viga continua de dos vanos**

La ordenación de variables se hace en función de su sensibilidad y potencia, e interesa considerar primero las variaciones mayores y luego las menores; por esta razón se consideran antes las vigas pasantes sobre apoyos, ya que la unión rígida acota de por sí la solución. Esta limitación de resultados se analiza al final del apartado.

Como ejemplo de viga con continuidad, se analiza una viga de dos vanos de igual luz y sección constante de hormigón, con carga puntual en el vano izquierdo y descargado el derecho, y con un armado general, que se duplica en la cara inferior de la zona central del vano izquierdo y en la cara superior del derecho, pasando el apoyo. Ver Figura 36.



**Figura 36. VIGA MATTOCK. ENSAYO N° 3 SERIE 1.**

Dicha viga fue ensayada por Mattock<sup>XXXVII</sup> y se dispone de resultados experimentales fiables.

En análisis lineal el valor de la sollicitación de momento en el apoyo sería  $M_B = PL/10,66$  y en el vano  $M_A = PL/5,10$ , con una relación de vano a apoyo  $M_A/M_B = 2,1$ . Según la estimación lineal habría que haber armado más el vano que el apoyo, en esa proporción.

Desde el principio de la entrada en carga se manifiesta la distinta rigidez de los dos tramos, por el armado desigual, que hace que el derecho sea más rígido; también la falta de simetría lleva a que los puntos más solicitados no estén en la vertical de apoyo y carga sino desplazados ligeramente, lo que hace que la viga derecha sea más corta y más rígida; la relación inicial de  $M_A/M_B$  disminuye a 1,5. A partir de la fisuración, al tener las secciones más solicitadas el mismo armado, la relación entre incrementos de momento varía aproximadamente de la misma forma que supone el análisis lineal; posteriormente se alcanza la cedencia en el vano, que es la zona más solicitada y, a partir de entonces, los



incrementos de momento prácticamente sólo se producen en el apoyo mediante el giro de la sección **A**; el colapso final se alcanza cuando la sección **B** llega al momento último.

Debido a la imperfección de las rótulas, se siguen produciendo pequeños incrementos en **A**; por lo que hay que considerar de forma ponderada las relaciones entre incrementos de **M**, por su pequeño valor absoluto. En la Tabla XVII se señalan los resultados experimentales.

Tabla XVII: Resultados viga Mattock.

CARGA	$M_A$	$\delta M_A$	$M_B$	$\delta M_B$	$M_A/M_B$	$\delta M_A/\delta M_B$
1 t.	0,39	-	0,26	-	1,5	1,50
2 t.	0,75	0,36	0,45	0,19	1,67	1,89
3 t.	1,05	0,30	0,68	0,23	1,54	1,30
4 t.	1,43	0,38	0,83	0,15	1,72	2,53
5,2 t.	1,88	0,45	1,03	0,20	1,82	2,25
5,8 t.	2,05	0,17	1,10	0,07	1,86	2,42
6,3 t.	2,0	0,00	1,58	0,48	1,27	0,00
6,8 t.	2,13	0,13	1,88	0,30	1,13	0,43
7,2 t.	2,17	0,04	2,07	0,19	1,04	0,21
7,22t.	2,34	0,17	2,11	0,04	1,11	4,25

FUENTE: MATTOCK. ENSAYO N° 3 SERIE 1.

Hay que hacer notar que la relación de momentos del análisis lineal —2,1— no se alcanza más que ocasionalmente, y el valor final depende principalmente de la relación de armados, llegando a igualarse las dos sollicitaciones.

Lo fundamental para alcanzar esa situación de carga última es la formación de la rótula del vano, que en este caso se ve favorecida por la existencia de armado superior a compresión y también por el hecho de que la carga entra desde arriba, lo que lleva a que un intervalo de secciones alcance la misma tensión de fluencia de forma simultánea, lo que permite un giro mayor.

El aspecto de la ductilidad resulta fundamental en la determinación de la sollicitación final; el análisis lineal se muestra cuando menos incompleto, al no considerar ni la relación sollicitación-armado, ni la cedencia necesaria y posible para agotar la estructura.

En la viga anterior, la esbeltez es demasiado baja para lo habitual en estructuras de edificación; al no existir actualmente un modelo fiable que considere con la necesaria exactitud la ductilidad y los parámetros de los que depende, es necesario aproximar los resultados mediante la necesaria experimentación sobre el particular; en su defecto, se utiliza la simplificación del Eurocódigo a través de los valores máximos de redistribución admisible o giros plásticos tolerables.

En el anejo nº:1 se ha desarrollado un estudio de las variaciones posibles de sollicitación en función de la luz de viga, para carga y canto constante y con distintas proporciones de armado; se han aplicado las limitaciones al giro del Eurocódigo y obtenido las esbelteces permitidas para alcanzar la carga última; se ha realizado para vigas de dos y tres vanos, así como para vigas de varios, vanos analizando el caso extremo y el interior como los más representativos.

### 3.1.10. Consideraciones de cálculo de la viga continua

El intento de diseño de la sección y la armadura con el uso directo del análisis no lineal, mediante el sistema de prueba y error y sin criterios previos de diseño, obliga a una serie de consideraciones que complican enormemente el problema, en comparación con los requisitos del análisis lineal. En primer lugar, hay que analizar independientemente las acciones, sin posibilidad de composición posterior ya que no hay linealidad, hay que considerar la historia, de carga, que va modificando paulatinamente la rigidez y, además, hay que considerarla en diferentes intervalos de cada barra; como es preciso tener definidas la sección y la armadura para que sean verificadas con el análisis, los resultados de la comprobación sólo valdrán para cada diseño en particular.

El uso reiterado del análisis no lineal no proporciona ninguna herramienta de diseño, no *dice* hacia dónde modificar los parámetros para corregir los resultados y así, el incrementar resistencia en determinadas secciones puede conducir a incrementos de sollicitación más rápidos que los de resistencia introducida y, si sobra resistencia y hay que ajustar el diseño, tampoco se deduce del análisis cómo hacerlo. Como herramienta de diseño tiene características caóticas; se necesitan criterios adicionales para diseñar la estructura.

El determinar el margen de validez de distintas soluciones de armado, para la esbeltez máxima admisible por la exigencia de ductilidad correspondiente, es un criterio de cálculo de la pieza, ya que permite delimitar un margen suficiente en el que los parámetros de diseño puedan ser elegidos sin necesidad de comprobación posterior.

En los ejemplos vistos y en el desarrollo que, en la misma línea de trabajo, se hace en el anejo n°:1, se manifiesta que es posible desacoplar en gran medida las variables de sollicitación, sección y armado de la pieza, en la forma en que

las considera el análisis lineal, quedando definido el tipo de distribución de solicitaciones por la decisión de distribución de armado, dentro de una banda de posibilidades que depende de la ductilidad necesaria de la sección de hormigón<sup>67</sup> para adaptarse a dicha distribución.

El análisis no resulta necesario, si bien puede utilizarse para verificar que las solicitaciones no se alejan en exceso de las capacidades resistentes. Algunas diferencias son aceptables —en muchas ocasiones inevitables—, pues significa que unas secciones se agotan antes que otras y la estructura necesita de cierta ductilidad para continuar incrementando carga; sólo hay que comprobar la existencia de suficiente ductilidad, para lo cual no sirven las herramientas clásicas de análisis.

Se puede concluir resumiendo que, con el modelo de ductilidad utilizado, los márgenes aproximados de diseño y cálculo de la armadura son los siguientes<sup>68</sup>:

- Viga bi-empotrada: Resulta válidas las distribuciones entre 2:1 y 1,3:1 e, incluso, hasta la 1:1 para esbelteces inferiores a 16.

- Viga de dos tramos de luces iguales: Resultan válidas las distribuciones entre 2:1 y 1,3:1; y hasta la 1:1 para esbelteces inferiores a 17<sup>69</sup>.

- Viga de dos tramos de luces desiguales: Resultan válidas desde 2:1 a 1:1. La distribución de armado se refiere siempre a la viga dominante.

---

<sup>67</sup>. Con la posible colaboración de armadura comprimida.

<sup>68</sup>. Los valores se refieren al caso más frecuente de carga uniforme y constante; para otro tipo de carga hay que introducir las correspondientes alteraciones o transformar el incremento de carga en incremento de luz.

<sup>69</sup>. Para este caso y los siguientes consultar el anejo n°:1.

— Viga de tres tramos: Resultan válidas desde la distribución 2:1 hasta la 1:1, para cualquier geometría de luces. Cuanto más parecidos sean los tramos, la distribución 2:1 necesitará menos giro y la 1:1, más. Cuanto más desiguales sean los tramos, la distribución 1:1 necesitará menos giro y la 2:1 necesitará más. Los casos extremos o muy próximos a éstos, como son el de vano central de luz nula y el de vanos extremos de luces nulas, se calculan como los casos de viga de dos tramos y de viga bi-empotrada.

— Viga de varios vanos: Para tramo extremo se puede utilizar el criterio de la viga de tres vanos.

Para tramo interior y luces iguales: Para el primer tramo interior se puede utilizar el criterio de la viga de tres tramos; para el resto de tramos interiores rige el criterio de la viga bi-empotrada, o sea, que valen las distribuciones entre 2:1 y 1,3:1, y hasta 1:1 si la esbeltez es menor que 16.

Tramo interior con luces diferentes: El número de posibilidades es ahora ilimitado; pero, desde el punto de vista del tramo dominante, los momentos —para rigidez constante— no oscilan más de un 40%, por más que lo haga la luz. En general, se pueden utilizar distribuciones desde 1,5:1 a 0,75:1; y desde 2:1 si la esbeltez es menor que 23. Para tramos parecidos de luces, se acentúan las diferencias entre valores de negativos y positivos y se adapta mejor la distribución 2:1, que requiere menos giro plástico.

Esto significa que, dentro de estos márgenes, se pueden elegir las solicitaciones de cálculo con la seguridad de que, colocando las cuantías necesarias de acero, la ductilidad de la barra permite alcanzar la carga de cálculo.

### 3.1.11. Viga con nudos rígidos

La existencia de pilares o pantallas de hormigón en los apoyos de las vigas, dota a éstos de rigidez al giro, modificando las solicitaciones y por tanto, el cálculo de la viga continua.

Sin embargo, aunque la existencia de soportes coacciona en principio el giro, acotando más el margen de variación de los momentos de negativos, usualmente la armadura de la viga es pasante sobre el apoyo y, en la situación de carga última, al plastificarse las secciones más solicitadas, los momentos a ambos lados del apoyo se igualan correspondiendo con el cálculo para viga pasante.

La consideración del ancho real del apoyo resulta, sin embargo, más importante de cara a los valores de solicitaciones que hay que utilizar. El Eurocódigo —2.5.3.-3— permite considerar el momento de empotramiento en la cara del apoyo en lugar de en el eje, como consecuencia de la forma de entrada de la carga, por lo que el valor del máximo de negativos queda disminuido en una fracción importante, debido al máximo de la pendiente de la gráfica de momentos en esa zona.

Esto permite deducciones de los valores máximos de momento del orden de<sup>70</sup>:

$$\frac{b^2 + 2bL}{12} \approx \frac{Rb}{4}$$

Siendo **b** el ancho del apoyo y **R** la reacción.

Esto supone una deducción variable, pero que, como poco, es de un 15 a un 20% del valor de momento de negativos. La colaboración del soporte a la rigidez del nudo depende de su

---

<sup>70</sup>. El límite es el 35% del correspondiente a empotramiento perfecto.

sección y es mayor para mayores valores de  $b$ ; sin embargo, el redondeo de la gráfica de negativos también aumenta, y con mayor repercusión. La parte de momento que resiste el pilar antes de alcanzarse la carga última, resulta poco significativa para el cálculo de la viga. Para el cálculo del soporte cabe considerar la situación de carga última sin momento, o una situación anterior, con momento pero con carga inferior a la de rotura.

### 3.2. EL CÁLCULO DE LA SECCIÓN DE HORMIGÓN ARMADO EN FLEXIÓN

#### 3.2.1. Materiales y fases

La sección de hormigón armado es capaz de resistir momentos flectores con un comportamiento derivado del de sus componentes: hormigón y acero.

La resistencia del hormigón a tracción es baja; sin embargo, soporta bien compresiones. El acero soporta bien tanto compresiones como tracciones, pero con mayor coste económico.

Una sección rectangular de hormigón sin armaduras; es capaz de resistir momentos flectores crecientes incrementando linealmente su tensión, hasta alcanzar un valor máximo —valor de fisuración—. En esa situación el valor del momento resistente es:

$$M_{fis} = \frac{f_{ct}bh^2}{6} \quad [1]$$

$M_{fis}$  = Momento de fisuración

$f_{ct}$  = Resistencia del hormigón a tracción

$b$  = Ancho de la sección

$h$  = Canto de la sección

Por encima de este valor de momento, la fisuración de la pieza obliga a que la sección intente reajustar eficazmente sus tensiones internas, sin conseguirlo —al levantar la fibra neutra, disminuye el módulo resistente—, pues las tensiones aumentan progresivamente con el incremento de la fisura y la sección colapsa.

Para secciones armadas la fisuración se inicia de la misma forma pero, al existir armaduras, la deformación de la pieza



fisurada las hace intervenir con mayor eficacia de lo que el hormigón circundante es capaz, limitando la curvatura de la sección, y la fisura no progresa más de lo que le permite el nuevo equilibrio alcanzado.

De aquí se deduce el interés de colocar lo más abajo posible la armadura traccionada, respetando un recubrimiento mínimo que evite la corrosión<sup>71</sup> y la posible acción del fuego.

Para hormigón H-175 y módulo  $E=275.000\text{kp/cm}^2$ , la resistencia a tracción es del orden de  $14\text{kp/cm}^2$ . Al iniciarse la fisuración, la deformación  $\epsilon$  del hormigón es de 0,005%, lo que supone una tensión para las armaduras de sólo unos  $100\text{kp/cm}^2$ ; al incrementarse la profundidad de la fisura, se incrementan las deformaciones, que llevan a mayor colaboración y tensión al acero traccionado y al hormigón comprimido en la fibra superior. La situación de equilibrio depende de la relación entre área de acero y área de hormigón<sup>72</sup>, y supone un tramo horizontal en la gráfica momento curvatura para  $M_{fis}$ .

A partir de la sección fisurada, se resisten los incrementos de momento a base de aumentar la curvatura y deformación de los bordes, mientras no se alcancen los límites de resistencia de los materiales.

Si el acero alcanza su límite elástico antes que el hormigón, la fibra neutra puede subir aún algo más, incrementándose la deformación del acero, el brazo de palanca, la tensión del hormigón y el momento resistido. Debido a que el incremento de momento es pequeño en relación con la deformación, la curva de la gráfica es muy tendida —fase de cedencia—.

El agotamiento del hormigón se produce para un acortamiento de aproximadamente un 0,35%; en esta situación la sección muestra toda la gama de tensiones de su diagrama. Los

---

<sup>71</sup>. Espesor capaz de resistir el envejecimiento progresivo del hormigón debido al  $\text{CO}_2$  de la atmósfera.

<sup>72</sup>. Para una cuantía geométrica de acero de **0,004bh**, el equilibrio se alcanza con una profundidad de fibra neutra de **0,21d**, unas deformaciones máximas de 0,011% y 0,04% —compresión y tracción— y una tensión a tracción de  $830\text{kp/cm}^2$ .

modelos de comportamiento del hormigón son más complejos que los del acero y, aunque los más precisos permiten anticipar con suficiente exactitud resultados reales, no permiten el conocimiento riguroso de las tensiones en cada punto de la sección. El modelo más utilizado es el de parábola-rectángulo —así llamado por combinación de estas figuras—, que se aproxima bastante bien en sus resultados teóricos a los reales. El diagrama presenta una zona de valores crecientes —parábola— y otra de valores máximos constantes —rectángulo—.

Si se analizan otros diagramas semejantes más simples, como los de forma triangular o forma rectangular —variación lineal de tensiones o valor constante—, se obtienen los valores extremos de las funciones de capacidad mecánica y brazo de palanca, que enmarcan la situación del hormigón:

Rectangular	$U_c = byf_c$	$z = d - y/2$
Hormigón	$U_c \approx byf_c/1,5$	$z = d - y/2,5$ <sup>73</sup>
Triangular	$U_c = byf_c/2$	$z = d - y/3$

El modelo rectangular y el de parábola-rectángulo dan resultados semejantes para la sección de tipo rectangular; pero, con formas diferentes de sección, se ajusta mejor el segundo modelo.

---

<sup>73</sup>. El modelo rectangular define un rectángulo de profundidad  $x = 0,8y$  con tensión constante de valor  $0,85f_c$ , lo que supone una resultante de valor  $0,68byf_c$  situada a  $0,4y$  del borde superior; la unión de una parábola en los  $4/7$  superiores de  $y$ , con un rectángulo en el resto, y tensiones máximas de  $0,85f_c$ , conduce al mismo resultado —modelo parábola rectángulo—.

### 3.2.2. El cálculo de la armadura

El cálculo de la armadura de una sección rectangular de hormigón armado, en función de la sollicitación de momento flector se puede determinar con el planteamiento siguiente —modelo de comportamiento rectangular del hormigón—:

En situación de agotamiento, la armadura alcanza su límite elástico, por lo que la tracción total es igual a ese valor por el área:

$$U_s = Af_{yd}$$

La capacidad resistente de la parte comprimida de la sección, o bloque comprimido  $U_c$ , es igual a la de las armaduras traccionadas; éstas están sometidas a una tensión  $f_{yd}$ :

$$\text{Por tanto, } U_c = U_s = U$$

$$U = bx0,85f_{cd} = Af_{yd}$$

Siendo:  $x$ , la profundidad equivalente del bloque comprimido para una tensión constante del hormigón de  $0,85f_{cd}$ ;  $b$ , el ancho de la sección de hormigón;  $d$ , su canto mecánico —canto real menos el recubrimiento de la armadura—; considerando además, que existe suficiente hormigón como para que la profundidad de la fibra neutra no sea mayor de  $0,5d$ .

El brazo de palanca  $z$ , entre las resultantes de tracciones y las de compresiones, es:

$$z = d - \frac{x}{2}$$

Por tanto, el momento flector de agotamiento  $M_u$  será:

$$M_u = Af_{yd} \left( d - \frac{Af_{yd}}{2b0,85f_{cd}} \right)$$

Para cualquier valor de momento flector, la armadura es más eficaz cuanto más distante quede de la zona comprimida; pero, si se mantiene el canto de la sección, la introducción de más armado, para resistir más momento, hace aumentar también el bloque comprimido y disminuir el brazo de palanca, por lo que los incrementos de armado son mayores que los de sollicitación resistida.

Para una armadura de cuantía **2A** cuya capacidad mecánica sea igual a **0,16bd**, corresponde un brazo de palanca  $z$  y un momento resistente de valor:

$$\text{Armadura} = 2A \qquad z = 0,92d \qquad M_u = 2Af_{yd}0,92d$$

Si se incrementa sucesivamente la armadura en una cantidad igual a la que tenía, **2A**, el brazo de palanca se reduce y el momento resistente aumenta:

$$\Delta \text{Armadura} = 2A \qquad \Delta z = -0,16d \qquad \Delta M_u = 2Af_{yd}0,76d$$

$$\Delta \text{Armadura} = 2A \qquad \Delta z = -0,16d \qquad \Delta M_u = 2Af_{yd}0,60d$$

Los sucesivos incrementos conducen a rendimientos cada vez más bajos; cuando la profundidad comprimida alcanza la mitad de

la sección, un nuevo incremento de  $2A$  aumenta el momento en un valor:

$$\Delta M_u = 2A f_{yd} 0,50d$$

$$\text{o sea, } \Delta M_u < A f_{yd} d$$

Por lo que en esta situación resulta más eficaz disponer la mitad de la armadura,  $A$ , en la parte inferior y la otra mitad en la parte superior; el incremento de momento para esa disposición del armado —armado a compresión— es:

$$\Delta M_u < A f_{yd} d' \quad \text{con } d' = d - \text{recubrimiento} .$$

De aquí se puede deducir que, para profundidades comprimidas iguales a la mitad del canto, es preferible introducir armado a compresión; o, lo que es lo mismo, a partir de un momento de valor  $M_u \approx 0,30bd^2 0,85 f_{yd}$ , interesa incrementar el valor del brazo de palanca  $z$ , con la introducción de armadura comprimida.

Además, si la línea neutra desciende, la deformación del acero disminuye, y cuando se sitúa por debajo del centro de la sección —a partir del llamado momento tope, con valores de deformación para el acero de  $\varepsilon \approx 0,2\%$ —, su tensión es inferior al límite elástico, lo que incrementa aún más la cuantía requerida.

### 3.2.3. Linealización de la relación momento a armadura

Despejando la capacidad mecánica de las armaduras en función del momento flector, se tiene la expresión clásica:

$$U = 0,85 f_{cd} b d \left[ 1 - \sqrt{1 - 2M_d / 0,85 f_{cd} b d^2} \right]$$

$U$  = Capacidad mecánica del acero.  $U = A_s f_{yd}$

$f_{cd}$  = Resistencia de cálculo del hormigón

$b$  = Ancho de la sección

$d$  = Canto mecánico de la sección.  $d = h - h'$  (canto total menos recubrimiento)

$M_d$  = Momento solicitante de cálculo

Se puede hacer el desarrollo en serie de potencias de la expresión anterior<sup>xx</sup>, para  $\Omega$  y  $\mu$ , siendo:

$$\Omega = \frac{U}{b d 0,85 f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{M}{b d^2 0,85 f_{cd}}$$

Y la expresión anterior se convierte en:

$$\Omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu}$$

que, desarrollada tomando como origen el punto en que:

$$U/f_{cd}bd = 0$$

$M_d/f_{cd}bd^2 = 0$ , queda de la siguiente manera:

$$\Omega = \mu + 0,5\mu^2 + 0,5\mu^3 + \dots$$

La serie converge rápidamente, ya que  $\mu < 0,35$ ; sustituyendo nuevamente los valores de  $\Omega$  y  $\mu$ , resulta:

$$Af_{yd} = \frac{M_d}{d} + \frac{M_d}{2d} \frac{M_d}{0,85f_dbd^2} + \frac{M_d}{2d} \frac{M_d^2}{(0,85f_dbd^2)^2} + \dots$$

El primer término del desarrollo supone el 85% del valor total, el segundo menos de un 10% del primero, el tercero un 20% del segundo; la suma de los dos primeros representa el 95% del total.

La aproximación con sólo el primer término es exacta en el origen, donde  $M_d = 0$  —el primer término es la tangente de la curva en el origen—, y va perdiendo precisión lentamente al crecer  $M_d$ , según se separa la tangente de la curva.

Si se toma una recta secante, se tiene una aproximación lineal con un valor intermedio; la expresión se puede ajustar más, tomando un coeficiente corrector  $\alpha_i$  que tenga sus errores del lado de la seguridad :

$$\Omega = \alpha_1\mu + \alpha_2\mu^2 + \alpha_3\mu^3 + \dots$$

Para  $\alpha_i = 1,176$  y  $\mu < 0,30$ , los errores son menores del 3%, aun considerando sólo el primer término, lo que resulta más que suficiente para diseñar.

Para valores de  $0 < M_d < 0,30 f_{cd} b d^2$ , se puede poner:

$$A f_{yd} = \frac{M_d}{0,85 d}$$

La Tabla XVIII indica la distorsión existente entre la consideración de la fórmula simplificada:

$$A f_{yd} = \frac{M_d}{0,85 d}$$

y la exacta:

$$U = 0,85 f_{cd} b d \left[ 1 - \sqrt{1 - 2 M_d / 0,85 f_{cd} b d^2} \right]$$



Tabla XVIII: Relación de momento a armadura en sección rectangular.

$U_s$	$U'_s$	$x$	$U_c$	$c$	$z$	$M_u$	$M_u/0,85d$	error
1	$Af_{yd}$	$0,06d$	$0,05bdf_{cd}$	$0,03d$	$0.97d$	$0,05bd^2f_{cd}$	$1,14Af_{yd}$	+14%
2	"	$0,12$ "	$0,10$ "	$0,06$ "	$0.94$ "	$0,10$ "	$2,20$ "	+10%
3	"	$0,18$ "	$0,15$ "	$0,09$ "	$0.91$ "	$0,14$ "	$3,21$ "	+ 7%
4	"	$0,24$ "	$0,20$ "	$0,12$ "	$0.88$ "	$0,18$ "	$4,14$ "	+ 5%
5	"	$0,30$ "	$0,26$ "	$0,15$ "	$0.85$ "	$0,23$ "	$5,00$ "	$\pm 0\%$
6	"	$0,36$ "	$0,31$ "	$0,18$ "	$0.82$ "	$0,25$ "	$5,79$ "	- 3%
7	"	$0,42$ "	$0,36$ "	$0,21$ "	$0.79$ "	$0,28$ "	$6,50$ "	- 7%
8	"	$1Af_{yd}$	"	"	$0.80$ "	$0,33$ "	$7,52$ "	- 6%
9	"	2 "	"	"	$0.81$ "	$0,37$ "	$8,58$ "	- 5%
10	"	3 "	"	"	$0.82$ "	$0,42$ "	$9,64$ "	- 4%
11	"	4 "	"	"	$0.83$ "	$0,46$ "	$10,8$ "	- 2%
12	"	5 "	"	"	$0.84$ "	$0,51$ "	$11,8$ "	- 2%
13	"	6 "	"	"	$0.84$ "	$0,55$ "	$12,8$ "	- 1%
	$1Af_{yd}$	--	--	--	$0.90d$	$0,05bd^2f_{cd}$		

Fuente: De Miguel

Se puede apreciar que la aproximación lineal sólo supone un error máximo del 14 % del lado de la seguridad y del 7% del lado de la inseguridad<sup>74</sup>.

Para secciones poco armadas, el brazo de palanca es casi el canto mecánico. Para  $U_s = 0,04bdf_{cd}$ , el momento resistido es  $0,04bd^2f_{cd} \approx 0,03bh^2f_{cd}$ ; este valor es del mismo orden de magnitud que el momento de fisuración, por lo que su valor significa un mínimo que tiene como objeto impedir la rotura frágil de la sección —cuantía mecánica mínima—.

Por otro lado, las consideraciones de retracción implican valores de armadura —cuantías geométricas mínimas—, bastante superiores, del orden de  $U_s = 0,10bdf_{cd}$ , situación en la que el

<sup>74</sup>. El valor indicado en la última fila corresponde a la forma de sección en T y se analiza en el siguiente apartado.

error cometido por la relación lineal es aún menor —ver tabla—.

La falta de exactitud no es relevante, ya que, para las colocaciones habituales, la diferencia en número de redondos es inferior a media unidad. Basta comparar en la tabla anterior los números enteros de las columnas de  $U_s$  y de  $M_u/0,85d$ , que están en el orden de magnitud del número usual de barras existente en una viga; el redondeo hacia arriba de los valores de esta última columna llevaría a los mismos resultados que los de la primera columna, absorbiendo el error en todos los casos.

Hasta  $M_d = 0,25bd^2f_{cd}$  los errores están del lado de la seguridad. El valor máximo del error cometido es:

$$A_o f_{yd} < 0,013bd f_{cd}$$

Siendo  $A_o$  el incremento introducido de armadura, que, despejándolo para los valores normales de resistencia de acero y hormigón, queda:

$$A_o < 0,00033bd$$

Esto significa que, para una sección de 20 x 40cm, el error es de 0,23cm<sup>2</sup>, que, para  $\phi 12$ , es menos de un quinto de barra. Para 40 x 100, el error es de 1,25cm<sup>2</sup>, que es también un quinto de  $\phi 25$ .

Para valores de  $M_d > 0,25bd^2f_{cd}$ , el error es en contra de la seguridad y, aunque es menor en términos relativos, es mayor en términos absolutos, llegando a ser de hasta media barra para la situación límite en que empieza a necesitarse armado a compresión. Sin embargo, la diferencia no resulta significativa, al tener en cuenta el redondeo de armado.

El modelo parábola-rectángulo no obliga a introducir armado de compresión hasta un valor de  $0,40bd^2f_{cd}$ ; pero la introducción de incrementos de acero con ese brazo de palanca

se hace con poca eficacia. Para momentos superiores a  $0,36bd^2f_{cd}$ , es conveniente modificar la estrategia de armado; por ductilidad es incluso recomendable hacerlo antes, a partir de una relación  $x/d=0,4$ , lo que significa a partir de momentos superiores a  $0,32bd^2f_{cd}$ .

El armado en esta situación consiste en la colocación de un armado inferior, para resistir un valor de sollicitación de momento igual a  $0,32bd^2f_{cd}$ , y un armado adicional para resistir el resto, con base en un par de armaduras lo más separadas posible, lo que hace aumentar el brazo de palanca global.

El armado a compresión se determina con:

$$A'f_{yd} = Af_{yd} - 0,36bhf_{cd}$$

Para determinar el armado a tracción, se puede utilizar la misma relación lineal anterior  $M/U=0,85d$ , pues el incremento del brazo de palanca global lleva a disminuir el error.

La relación completa entre momento y armadura es una curva del tipo de las de la Figura 37, en donde se representan las curvas correspondientes a las distintas geometrías; el incremento de armado a partir de un punto —zona de cambio brusco de la pendiente— sugiere que se introduzca armado a compresión.

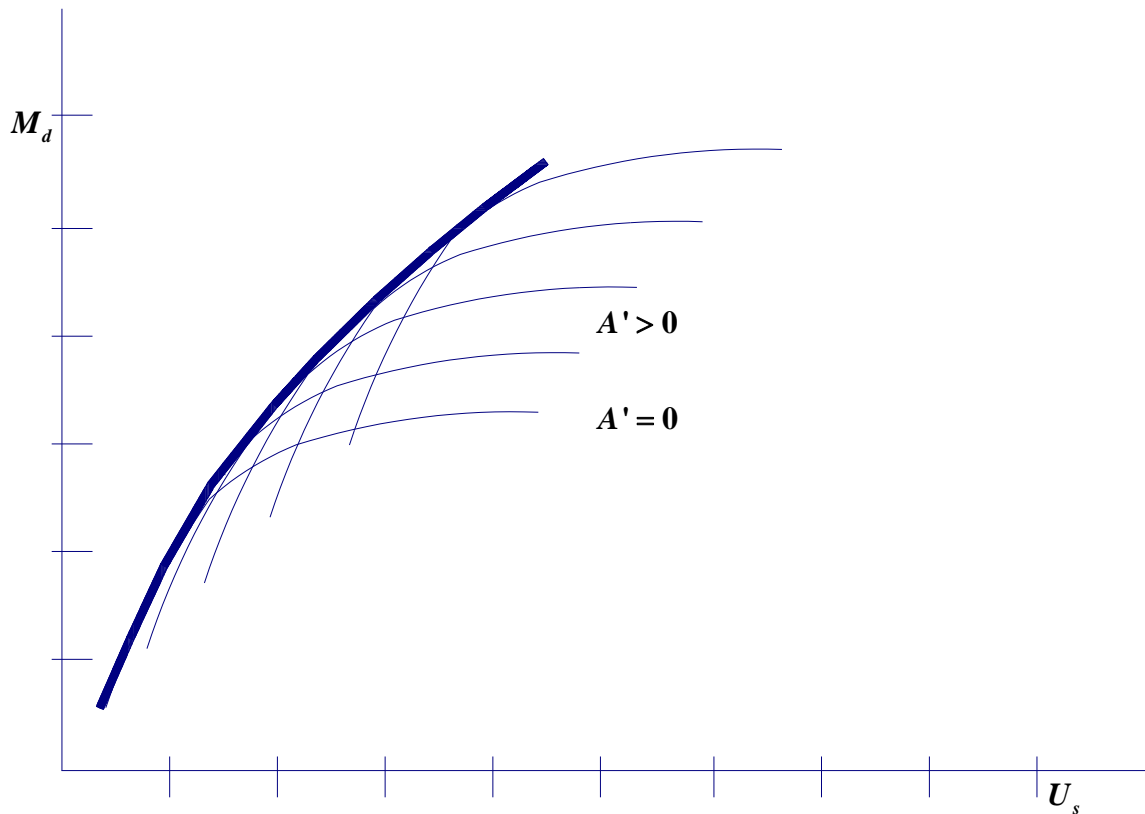


Figura 37. RELACIÓN MOMENTO ARMADURA

En el eje de abcisas de la Figura 37 se considera el valor total de la capacidad mecánica  $U$ : suma de las armaduras inferior y superior. La armadura crece algo más rápidamente que el momento pero, a partir de una profundidad comprimida del orden de la mitad del canto, hay que armar a compresión; por debajo de este punto, el armado a compresión no es interesante, y por encima, es necesario. La línea correcta para el cálculo sería la envolvente exterior de la familia de curvas.

Con el análisis de resultados de la variación existente entre  $M$  y  $U$  para los distintos casos, se puede linealizar dicha relación en un marco acotado de error y sustituirla por la recta correspondiente al valor de  $0,85d$ .

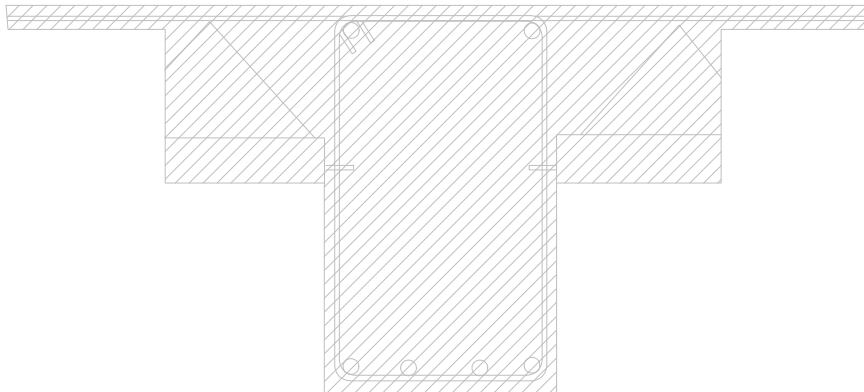
### 3.2.4. Sección con forma en T

En estructuras de pisos la forma de la sección de la viga, por lo general, depende del forjado o elemento resistente que le transmite las cargas, lo que conduce, en la mayoría de las situaciones, a una sección resistente rectangular para momentos negativos y a una forma en **T** para momentos positivos. En una consideración estricta, el ancho de la sección nunca es constante, y la ecuación:

$$U = 0,85 f_{cd} b d \left[ 1 - \sqrt{1 - 2,35 M_d / f_{cd} b d^2} \right]$$

no resulta válida.

La sección resistente a comprobar sería del tipo de la indicada en la Figura 38:



**Figura 38. LA ZONA RAYADA CORRESPONDE CON LA SECCIÓN DE CÁLCULO PARA MOMENTOS POSITIVOS**

Para el armado de momentos positivos hay que considerar la forma en **T** de la pieza; al existir más hormigón en la parte

superior, disminuye la profundidad de la fibra neutra y aumenta bastante el brazo de palanca.

En el caso de dos anchos diferentes, siendo  $b_{\max}$  el ancho superior de la **T** y  $b$ , el ancho de la zona inferior, si se define uno en función del otro, queda:  $b_{\max} = (k+1)b$ . Se puede analizar la forma en **T** como la de una sección rectangular más la contribución de las alas de la **T**, con un área total de valor  $kbt$ .

Para profundidades de la fibra neutra inferiores al valor  $t$ , la sección se comporta con una compresión igual al ancho máximo:  $(k+1)b$  por la profundidad comprimida, con un brazo de palanca muy alto —ver Figura 39—:

$$M_d = bxf_{cd} \left( d - \frac{x}{2} \right) + kbxf_{cd} \left( d - \frac{x}{2} \right)$$

$$U_{yd} = bxf_{cd} + kbxf_{cd}$$

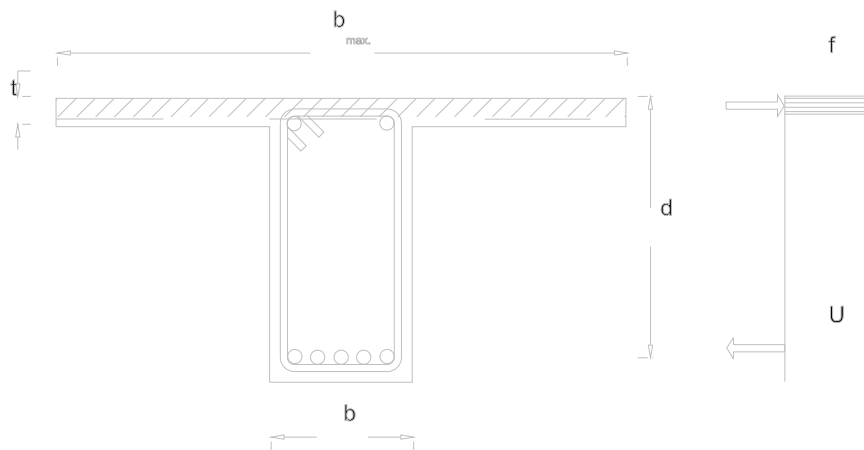
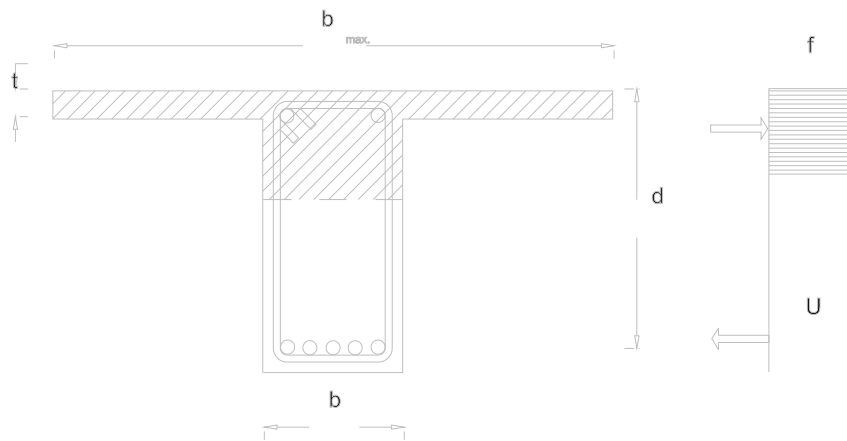


Figura 39. SECCIÓN EN T PARA ZONA COMPRIMIDA INFERIOR AL CANTO DEL ALA

Para profundidades mayores que  $t$ , el ala está toda comprimida con un valor de  $f_{cd}$ , así como una parte de la sección de la viga con ancho  $b$  —ver Figura 40—:

$$M_d = b x f_{cd} \left( d - \frac{x}{2} \right) + k b t f_{cd} \left( d - \frac{t}{2} \right)$$

$$U_{yd} = b x f_{cd} + k b t f_{cd}$$



**Figura 40. SECCIÓN EN T PARA ZONA COMPRIMIDA SUPERIOR AL CANTO DEL ALA**

En función de la geometría de la forma en **T**, se puede considerar la sección rectangular equivalente, a la de la sección en **T**, que tendría un ancho superior al del nervio —ancho equivalente— y obtener un resultado bastante aproximado. En la Tabla XIX, aparece dicho valor, para las distintas proporciones de la forma en **T**, y el correspondiente brazo de palanca válido para el diseño de la sección:

Tabla XIX: Características a flexión de secciones en T

Valor de $k$ :	1	2	4	8	1	2	4	8
Espesor $t/d$ : 0,05	1,4	2,4	4,3	8,2	0,85	0,85	0,87	0,90
0,10	1,6	2,6	4,6	8,6	0,85	0,87	0,90	0,92
0,20	1,8	2,9	5,0	9,0	0,87	0,90	0,92	0,94
Ancho equivalente $b_e/b$					Brazo de palanca $z/d$			

Fuente: De Miguel

Esto permite utilizar para el cálculo la relación lineal de momento a armadura, tomando un valor de **0,9d** para el brazo de palanca, o incluso mayor; la última fila de la Tabla XVIII —en el apartado anterior— corresponde a esta situación.

La expresión simplificada del cálculo de la armadura inferior, para vanos de vigas en **T**, es en este caso:

$$A^+ f_{yd} = \frac{M_d}{0,90d}$$

La ventaja de esta expresión es que, al igual que la de la sección rectangular, no depende del ancho, valor que no es fácil de estimar en los casos reales, debido a que suele ser variable en el plano de la sección e indefinido en la zona superior.



### 3.2.5. Cálculo de la sección

En los apartados anteriores se analiza el cálculo de la armadura para una sección ya definida; al considerar que a cada sección corresponde una gama de momentos resistentes con diferentes cantidades de armadura, se puede considerar como objeto del cálculo la obtención de la geometría de la pieza. En el presente apartado se abordará el cálculo de la propia sección de hormigón.

Hay que considerar de qué manera afecta la forma de la sección al resultado final: más hormigón significa menos armado y, al contrario, secciones pequeñas requieren más armado. El resultado óptimo, la respuesta al cálculo, será la sección estricta: la mínima; que, al tener distintos componentes, corresponde con el mínimo del conjunto<sup>75</sup>.

El campo de posibilidades varía entre secciones pequeñas muy armadas y secciones grandes menos armadas; si no existen otros condicionantes del problema, la decisión entre dos secciones rectangulares semejantes recaería sobre la que tuviera menos volumen de material.

Al existir diferentes elementos —hormigón, acero— y formas geométricas —que llevan implícitamente asociado el volumen del encofrado—, es necesario utilizar algún tipo de unidad de equivalencia que permita medir el resultado.

La comparación se puede realizar mediante un parámetro de costo para cada material que incluya, además de los valores de los materiales, su manipulación y puesta en obra, incluso las dificultades de colocación específicas.

---

<sup>75</sup>. La definición de la sección de hormigón se resuelve a veces con criterios de tipo estético, como que las deformaciones de los materiales sean las máximas posibles, o que no se necesite armadura comprimida; sin establecer un planteamiento riguroso del problema.

Si se define la sección por dos parámetros, el ancho y el canto, la sección óptima será la que optimice a la vez ambas variables.

Hay que comparar los resultados correspondientes a modificaciones independientes de cada una de las variables. El mínimo de una función, en un problema definido por varias variables, es el resultado de la anulación de la derivada de la función, con respecto a cada una de las variables; lo que significa calcular el mínimo de cada una de ellas para cualquier valor de las otras.

### 3.2.5.1. Ancho óptimo

El ancho óptimo para una viga de hormigón de sección rectangular de canto  $h$ , que tiene que resistir un momento determinado a partir de un bloque comprimido inferior a la mitad de su canto — $x < 0,5h$ —, es el que permite modificaciones de su valor sin alterar el resultado, lo que significa que el coste no se altera, y que los incrementos y las disminuciones de éste están igualados<sup>76</sup>.

Si se disminuye el ancho de la sección de la Figura 41 en una cantidad pequeña  $\delta b$ , la nueva sección tiene que resistir el momento basándose en aumentar su bloque comprimido en una cantidad  $\delta x$ , disminuyendo el brazo de palanca:

$$\delta b x z = \delta x b (d - x)$$

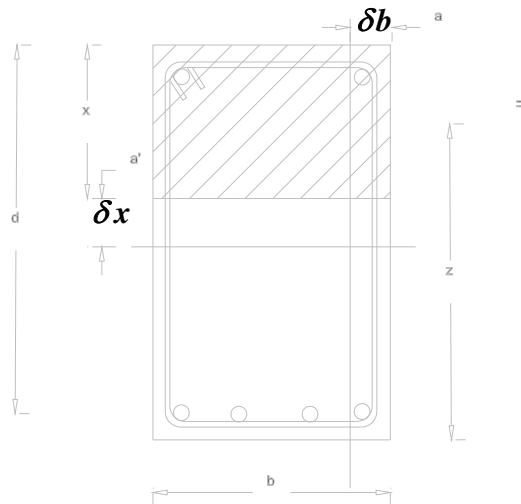


Figura 41. SECCIÓN DE LA VIGA

<sup>76</sup>. Desde este punto de vista, el equilibrio estable, tanto física como matemáticamente, coincide con la resolución óptima del problema.

El área de acero aumentará en la misma cantidad que la del hormigón y en proporción a sus respectivas capacidades mecánicas:

$$(\delta xb - \delta bx) \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}} = \delta bx \left( \frac{z}{d-x} - 1 \right) \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}}$$

como  $z = d - \frac{x}{2}$ , el incremento es:

$$0,5 \delta bx \left( \frac{x}{d-x} \right) \left( \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}} \right)$$

Los términos de equivalencia entre áreas de acero y áreas de hormigón son los costos relativos de estas áreas:

$c_s$  coste del  $\text{cm}^2$  de acero de armaduras.

$c_h$  coste del  $\text{cm}^2$  de hormigón.

Por tanto, las variaciones de la disminución del ancho de la pieza quedan de la forma:

$$\Delta \text{acero:} \quad +c_s 0,5 \delta bx \left( \frac{x}{d-x} \right) \left( \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}} \right)$$

$$\Delta \text{hormigón:} \quad -c_h \delta bh$$

La relación  $c_s/c_h$  es actualmente del orden de 100, lo que significa que  $1\text{cm}^2$  de acero cuesta 100 veces lo que uno de hormigón. En el caso que se analiza, hay que afectar el valor

del coste del hormigón con la parte de encofrado que se elimina al reducir la sección de la viga, por lo que la relación entre costes varía entre 80 y 70.

al ser  $\frac{x}{d} < 0,5$ , se cumple que  $\frac{x}{d-x} < 1$

La relación entre  $f_{yd}$  y  $0,85f_{cd}$  depende de la calidad de los materiales; su variación está entre el valor 31, para acero del tipo AEH-400 y hormigón H-200, y el valor 44 para acero AEH-500 y hormigón H-175; como un valor inicial estimativo se puede tomar un valor de 40.

La comparación queda, así, reducida a los términos:

$\Delta$ acero:  $+x\alpha$

$\Delta$ hormigón:  $-h$

siendo  $\alpha = \frac{x}{d-x}$ , que es menor que la unidad.

La conclusión que se deduce es que los incrementos de acero son inferiores a las disminuciones de hormigón, por lo que interesa el ancho mínimo<sup>77</sup>;

Cuando el valor de  $x$  es igual que  $0,5d$ , ante una disminución de ancho de valor  $\delta b$ , hay que introducir acero en compresión en una cuantía igual a:

---

<sup>77</sup>. Si la sección no es rectangular, como en el caso de la viga en **T**, el valor de  $h$  se sustituye por la altura  $h''$  de la zona donde se produce la reducción de área de hormigón; como siempre esta altura será mayor o igual que el valor de  $x$ , la conclusión sigue siendo la misma.

$$A'd'f_{yd} = \delta bxz 0,85 f_{cd}$$

El valor de  $\alpha$  en la ecuación anterior es ahora aproximadamente la unidad, por lo que resultan los incrementos siguientes:

$$\Delta \text{acero:} \quad +c_s \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}} \left( 0,5 \delta bx + \frac{\delta bxz}{d'} \right)$$

$$\Delta \text{hormigón:} \quad -c_h \delta bh$$

La comparación hay que realizarla con el segundo término de la ecuación del incremento de armadura, puesto que el primer término se mantiene constante.

La relación de costos  $c_s/c_h$  es del orden del doble de  $0,85 f_{cd}/f_{yd}$ ; los valores de  $x$  y  $z$  son, aproximadamente:

$$x = 0,5d \qquad z = 0,75d$$

Ahora la relación queda más igualada, pues se compensa para el hormigón, al ser el valor de  $xz$  del orden de la mitad de  $hd'$ .

En esta situación es frecuente que no compense la disminución de ancho, por ser mayor el incremento de armadura.

**3.2.5.2. Canto óptimo**

Cuando se parte de un ancho determinado, el óptimo del canto corresponde igualmente con la situación en que su variación no supone modificaciones del resultado.

Si se incrementa el canto en una cantidad de valor  $\delta x$ , el bloque comprimido tendrá que disminuir en una cantidad  $\delta x'$  para resistir el mismo valor de momento.

$$\text{Se tiene } \delta x d = \delta x' (d - x)$$

La armadura se reduce en un valor igual que el bloque de hormigón:

$$(\delta x' - \delta x) b \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}} = \delta x b \left( \frac{d}{d - x} - 1 \right) \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}}$$

La sección aumenta en coste por el incremento de hormigón y disminuye por el acero. Esta disminución del acero es igual que la disminución de capacidad del bloque comprimido:

$$\Delta \text{acero:} \quad -c_s \delta x b \left( \frac{d}{d - x} - 1 \right) \left( \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}} \right)$$

o lo que es lo mismo:

$$\Delta \text{acero:} \quad -c_s \delta x b \left( \frac{x}{d - x} \right) \left( \frac{0,85 f_{cd}}{f_{yd}} \right)$$

El incremento de hormigón es:

$$\Delta \text{hormigón:} \quad +c_h \delta x b$$

Si se igualan el aumento de acero y la disminución del hormigón, se obtiene el canto óptimo, que será el que verifique la ecuación:

$$\frac{x}{d-x} = \frac{c_h}{0,85 f_{cd}} \frac{f_{yd}}{c_s}$$

Utilizando el concepto de coste específico estructural de un material, como la relación entre su coste y su resistencia, de la ecuación anterior se deduce que la relación entre profundidad comprimida y traccionada es igual a la relación entre el coste específico estructural del hormigón y el del acero.

El acero es actualmente 80 veces más costoso que el hormigón, pero resiste 40 veces más para la misma área; la relación es de dos a uno, lo que significa que el óptimo de canto es una sección con un bloque comprimido que ocupa un tercio del total.

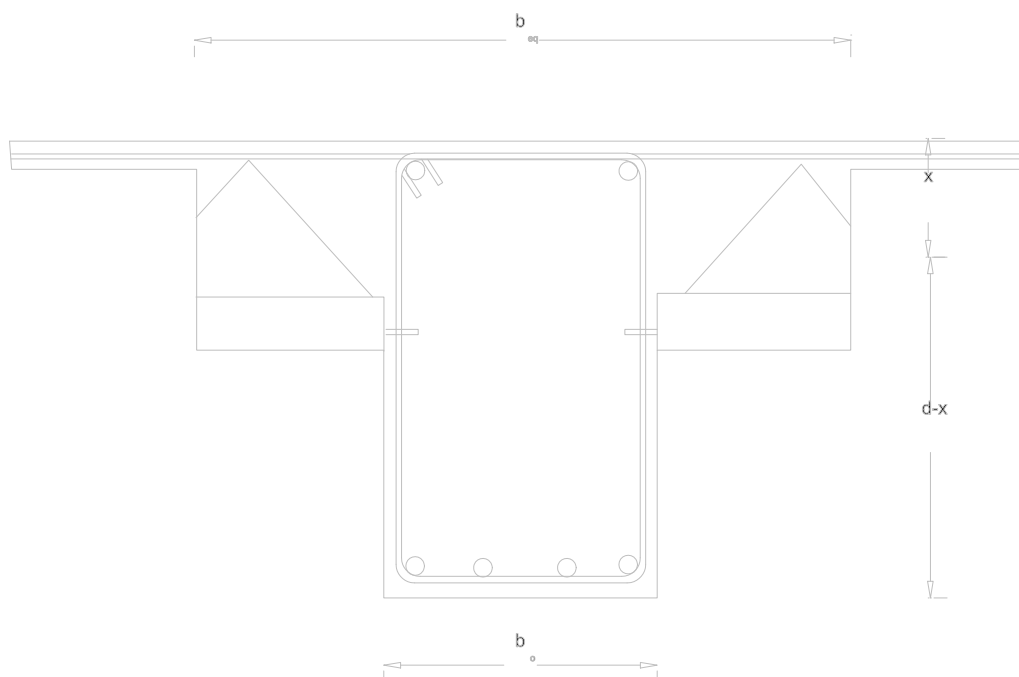


### 3.2.5.3. Sección óptima. Conclusiones

Finalmente, la sección óptima tiene que verificar ancho y canto óptimos.

La primera condición era la de ancho mínimo; sin embargo, los costes para anchos muy pequeños ya no son los mismos, pues el coste del encofrado necesario modifica esos valores de forma importante. Así, para ancho de 20cm, el coste del encofrado es aproximadamente un 40% del coste del hormigón sin encofrado. Para un ancho de 10 cm, la resolución de la ecuación de costo indica que el óptimo está en  $x \approx 0,5d$ ; como esa dimensión no es constructivamente posible, se puede finalmente deducir que el óptimo es el que corresponde a un ancho constructivo mínimo posible, y a un canto tal, que la profundidad comprimida sea de un tercio de la sección.

Para secciones no rectangulares, que es el caso de las vigas incluidas en forjados con momentos de positivos, al aumentar el canto, la sección de hormigón aumenta en función de  $b_o$  —ancho de la base del nervio— y la sección de acero disminuye en función del ancho de la sección en la línea neutra, normalmente igual a  $b_{eq}$ , ver Figura 42:



**Figura 42. SECCIÓN DE VIGA Y FORJADO**

La sección óptima será ahora la que cumpla:

$$\frac{x}{d-x} = \frac{c_h}{0,85 f_{cd}} \frac{f_{yd}}{c_s} \frac{b_o}{b_{eq}}$$

La relación entre  $b_o$  y  $b_{eq}$  para secciones usuales es del orden de 7, por lo que los valores que cumplen esta ecuación son aproximadamente un séptimo de los anteriores, y la relación  $x/d$  es 1/15, con lo que la fibra neutra no entra en el nervio en la mayoría de los casos y el ancho inferior  $b_o$  se puede reducir al mínimo admisible.

Como resumen, los criterios de diseño de la sección corresponderían a las siguientes reglas aproximadas —considerando que el coste asciende lentamente a ambos lados del punto óptimo y que también éste depende de cuestiones tales como el redondeo del número de barras, estribos, etc.—:

– Para canto libre: el ancho óptimo es el mínimo posible constructivamente, y el canto óptimo es el que corresponde a un bloque comprimido que ocupa un tercio del total.

– Para vigas con canto determinado<sup>78</sup>: el ancho óptimo es el que corresponde a un bloque comprimido de profundidad la mitad del canto.

– Para vigas en **T** y momento positivo: el ancho inferior, será el mínimo posible; y el canto, el que no requiera más profundidad comprimida que las alas.

Invirtiendo el planteamiento del problema, los momentos que corresponden a los óptimos, para cada tipología de sección, son aproximadamente:

- En sección rectangular  $M_u > 0,22bd^2 f_{cd}$
- En sección viga plana  $M_u > 0,32bd^2 f_{cd}$
- En sección en **T**  $M_u > 0,40bd^2 f_{cd}$

Teniendo en cuenta que, constructivamente, el ancho mínimo no debe ser inferior a 20cm ni a  $h/4$  para cantos superiores a 80cm.

De la ecuación:

$$U = 0,85 f_{cd} b d \left[ 1 - \sqrt{1 - 2M_d / 0,85 f_{cd} b d^2} \right]$$

se ha obtenido la relación lineal  $U = M / 0,85d$ , que permite aproximar el valor de  $U$ ; también se han deducido los criterios de optimización correspondientes a las relaciones entre  $M$ ,  $b$  y  $d$ , y se ha comprobado la poca o relativa influencia que el valor del ancho tiene en la determinación de la armadura. A la

---

<sup>78</sup>. En el caso de vigas planas, o del mismo canto que el forjado, además hay que considerar que la variación de canto repercute notablemente en el coste de toda la superficie del forjado y en el peso propio de la estructura.

capacidad resistente del hormigón le pasa lo mismo: si se analiza el proceso para determinar el tipo óptimo de hormigón, la conclusión es que debe ser el de menor resistencia posible, y si se contempla en el coste lo que supone el control de la calidad de éste, el óptimo es el de menos control posible, sin alterar el coeficiente de seguridad de las sollicitaciones.

Si se unen estos criterios de diseño a los del epígrafe 3.1.10, que hacen depender la sollicitación del armado, y con los parámetros globales analizados en el capítulo 2, permiten un proceso lineal para gran cantidad de casos, en el marco de las estructuras de edificios.

### 3.3. EL CÁLCULO DEL PANDEO EN SOPORTES DE ACERO

Como ejemplo final de determinación por cálculo, de otro problema con planteamiento cíclico, se analiza el caso del soporte de acero laminado sometido a carga axial, que conlleva la resolución del problema de pandeo para el caso de la barra aislada y que constituye un ejemplo claro de linealización de relaciones y de deslinde entre planteamientos estables —determinados— y caóticos —indeterminados—.

Se trata de encontrar el área mínima que resuelva el problema de soportar una carga vertical  $N$  en una altura  $L$  —altura de la pieza—; se tiene que cumplir:

$$N < Af \quad \text{condición de resistencia}$$

$$N < \frac{10EI}{L^2} \quad \text{condición de no superar la carga crítica}$$

$N$  = Solicitación de la pieza

$A$  = Área de la sección

$f$  = Resistencia admisible del material

$E$  = Módulo de deformación del material

$I$  = Inercia de la pieza (sección constante)

$L$  = longitud de pandeo de la pieza

—El valor 10 depende de la deformada: 9,6 para ley parabólica, 9,87 para ley seno — $\pi^2$ —

Las condiciones anteriores no son suficientes; además, tiene que resistir el momento que resulta de la excentricidad amplificada; condición que se plantea de manera muy parecida en las diferentes normativas mediante un coeficiente de amplificación de tensión  $\omega$  —coef. de pandeo—, que sustituye y equivale al término de momento de la expresión de comprobación incrementando el de compresión, y que depende de la excentricidad inicial supuesta, del tipo de acero y principalmente de la esbeltez.

Si el perfil tiene resistencia para soportar el valor de la carga amplificada —realmente es la ampliación de flecha—, se cumple también la condición de estar por debajo de la carga crítica, por ser menos determinante.

En la normativa española, la Norma MV-103/1972, para los valores usuales de esbeltez, el valor de  $\omega$  es aproximadamente:

$$\omega = 1 + 0,7\lambda_r^3$$

$\lambda_r$  = esbeltez relativa, o relación entre la esbeltez mecánica:

$$\lambda = L/i, \text{ y la esbeltez básica}^{79} = \sqrt{(\pi^2 E/f)}$$

$i$  = Radio de giro

El Eurocódigo de acero hace un ajuste mucho más afinado, estableciendo los valores en función del tipo de laminación del acero; llevando estos valores a una expresión del tipo de la anterior, se tiene:

$$\omega = 1 + \alpha\lambda_r^3$$

Siendo  $\alpha$  un valor variable entre 0,5 y 0,85<sup>80</sup>.

Finalmente, para acero A-42 la ecuación según la MV-103/1972 en función de la esbeltez mecánica, se convierte de forma simplificada en:

$$\omega = 1 + (\lambda/100)^3$$

La consideración del valor del coeficiente de pandeo,  $\omega$ , es una simplificación que en sí misma constituye una herramienta de cálculo y simplifica notablemente el procedimiento; pero no permite el cálculo directo, pues precisa

---

<sup>79</sup>. Que es la que lleva al material a trabajar con una tensión igual a la tensión crítica.

<sup>80</sup>. Para valores de esbeltez mecánica entre 18 y 178.

que se vaya comprobando un perfil tras otro hasta encontrar el que satisface. En sentido estricto, cálculo será sólo el directo, que alcanza el resultado sin necesidad de búsqueda; en otro caso se trata de comprobación, o prueba y corrección, dando lugar a un método iterativo.

La resolución por el procedimiento de análisis consiste en conseguir que se cumpla la relación:

$$f > \frac{\omega N}{A}$$

El desarrollo de esta estrategia se inicia con la elección de un valor de entre los de una gama existente de perfiles, para recorrerla perfil a perfil y las gamas necesarias.

La resolución por medio de cálculo requiere un planteamiento más complejo:

El valor de  $\omega$  se puede poner en función del módulo del material, la capacidad resistente del acero, la excentricidad inicial, el radio de giro y la longitud de pandeo de la sección:

$$\omega = f(E, f_s, e_o, i, L)$$

En esta función, los cuatro primeros valores dependen de la gama que se vaya a utilizar. El módulo y la capacidad resistente del acero se consideran dato y, en todo caso, su variación sólo afecta linealmente al resultado. El valor de la excentricidad inicial<sup>81</sup> y el del radio de giro, pueden oscilar poco dentro del valor promedio de cada gama; por lo que las variables de las que depende el resultado son, principalmente, la longitud de pandeo  $L$  y la elección de una gama de perfiles.

---

<sup>81</sup>. Las propuestas actuales de la Comisión Europea de la Construcción Metálica y del Eurocódigo de acero, afinan en este sentido, asignando diversos grupos de valores de excentricidad inicial.

Se puede obtener una función dependiente de la relación entre la luz de pandeo y el radio de giro —esbeltez de la pieza—, válida para todas las gamas de perfiles, sin considerar diferencias en el valor de la excentricidad inicial para las distintas series; ésta es la forma que contempla la Normativa española.

Como desarrollo simplificado de esta función, se puede utilizar para la zona habitual de cálculo el valor anteriormente expresado del acero A-42.

$$\omega = 1 + (\lambda/100)^3$$

Es posible obtener una función diferente y más exacta para cada serie de perfiles, a partir de la cual se deduce directamente el área resistente necesaria en función de la carga y la luz de pandeo. Dicha función depende, para cada perfil, del valor de la relación del radio de giro a la dimensión de la sección en la dirección de la comprobación a pandeo —valor suficientemente estable y que permite una codificación simple— y del valor de la excentricidad inicial, constante para cada serie pero diferente de una a otra.

La complejidad de la función depende del grado de aproximación requerido. Teniendo en cuenta que los saltos de catálogo, por la existencia de elementos discretos no continuos, varían de un perfil al siguiente entre el 12% y el 40% aproximadamente, no resulta más significativo utilizar funciones complejas. El error cometido con aproximaciones, no afecta al resultado del cálculo si el catálogo de cada serie supone una desviación obligada superior.

Se puede sustituir el valor de la relación de radio de giro a dimensión máxima de la sección de cada perfil, por el valor promedio de la serie.

La siguiente tabla muestra cómo se pueden obtener los valores de  $\omega N$  a partir de la carga, la luz de pandeo y la gama de perfil. La ventaja de esta determinación reside principalmente en que no depende de las características de la sección, permitiendo obtener el perfil necesario a partir de la carga.



Tabla XX: Pandeo. Valores de la carga amplificada.

Tubo redondo o cuadrado	$N + L^2$
Tubo rectangular 1:2	$N + 2L^2$
Perfiles simples H	$N + 4L^2$
Perfiles simples L	$N + 6L^2$
Perfiles simples IPE, IPN	$N + 8L^2$
Perfiles simples UPN	$N + 10L^2$
Piezas compuestas con 2 IPE, 2 IPN	$N + 2L^2$
Piezas compuestas con 2 UPN	$N + 3L^2$

Con  $N$  en toneladas y  $L$  en metros.

Fuente: De Miguel Rodríguez, José Luis. Pandeo. E.T.S.A.V. 1988

En la siguiente figura se sitúan las distintas gamas de perfiles con sus respectivos valores:

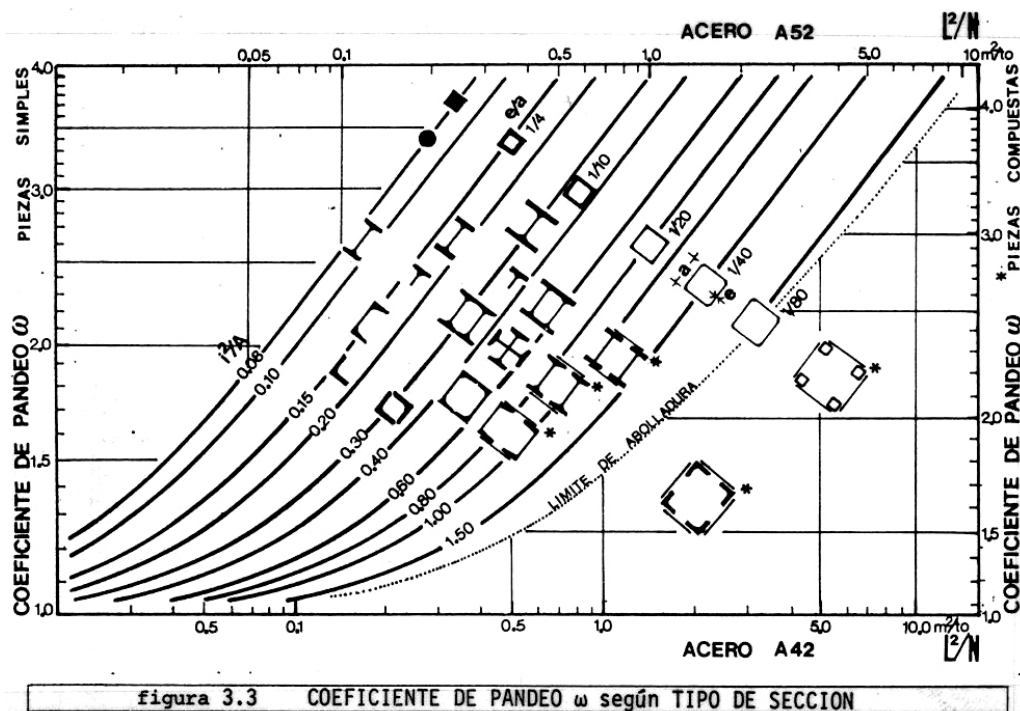
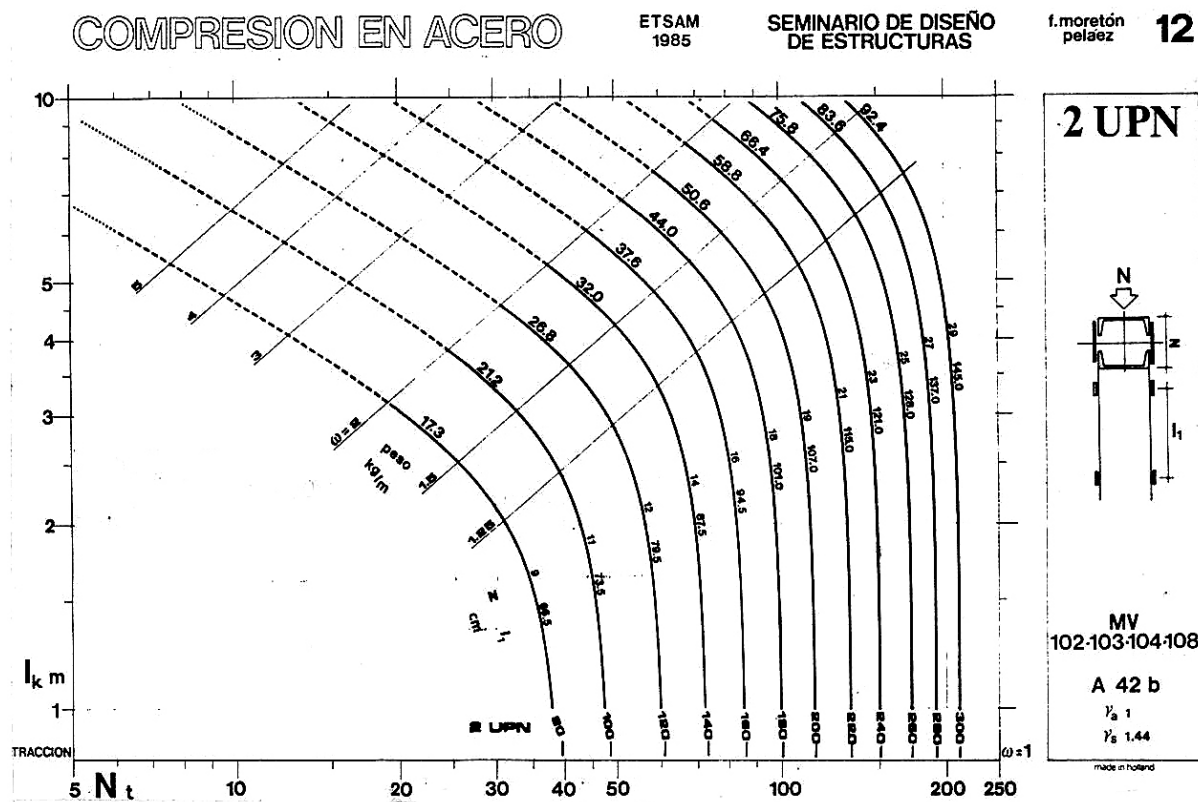


figura 3.3 COEFICIENTE DE PANDEO  $\omega$  según TIPO DE SECCION

FUENTE: MV-103. DISEÑO DE PIEZAS. J.L. DE MIGUEL Y COLABORADORES. 1985

Figura 43. RADIOS DE GIRO DE LAS DISTINTAS SERIES Y COMBINACIONES DE PERFILES

En un ábaco se pueden trazar las gráficas que relacionan resistencias para cada perfil discreto, en función de la sollicitación y luz de pandeo, sin ninguna pérdida de precisión:



resulta significativo; los resultados varían despacio y el rango cubierto por cada perfil es suficientemente seguro. Hasta esbeltez 200 sirve la formulación, pero el crecimiento del área requerida es ya muy rápido —se necesitan nueve veces más de área para ese valor— por encima, el método se considera inestable y requiere una formulación más precisa.

## 4. ANEXO N°:1

Se presentan aquí, por su mayor extensión, los procedimientos de detalle utilizados para determinar los criterios de diseño expuestos en el epígrafe 3.1.10 —Consideraciones de cálculo de la viga continua—.

### 4.1. Viga continua de dos vanos

#### 4.1.1. Relación sollicitación a luz

Si se fija la sección como constante, tiene interés analizar la variación de sollicitaciones de momento flector provenientes de una carga uniforme, ante variaciones independientes de la luz de cada una de las dos vigas<sup>xxxviii</sup>.

Se pueden expresar los valores correspondientes a la relación entre la razón de las luces  $L_1/L_2$ , por un lado —ver Figura 45—, y la razón de sollicitación de momento resultante y momento de empotramiento perfecto, por el otro.

$$M^- = qL^2/8$$

$$M^+ = qL^2/14,3$$

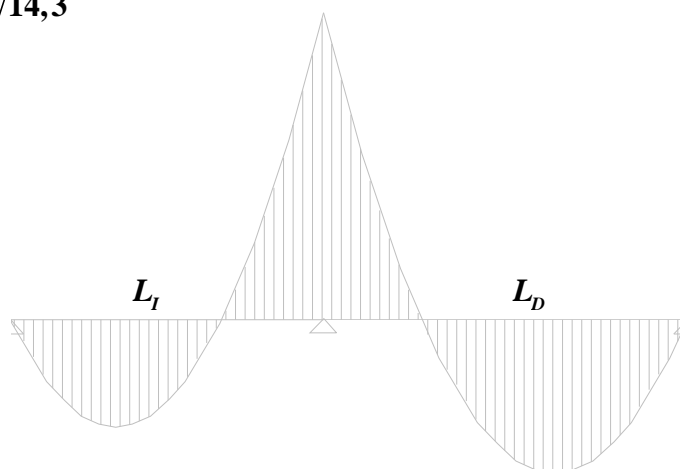


Figura 45: VIGA CONTINUA DE DOS VANOS

En la Tabla XXI, se expresan dichos valores, para una carga unitaria.

**Tabla XXI: Relación de variación del momento a luces en viga de dos tramos.**

$L_I/L_D$	$8M^-/L_D^2$	$14,3M_D^+/L_D^2$	$8M^-/L_I^2$	$14,3M_I^+/L_I^2$
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,80	0,84	1,14	1,31	0,71
0,60	0,75	1,22	2,10	0,00
0,40	0,75	1,22	4,72	---
0,20	0,84	1,14	20,88	---
0,00	1,00	1,00	$\infty$	---

La viga de mayor luz, la de la derecha, domina la relación<sup>82</sup>, el apoyo gira hacia el lado en que se encuentra ésta, y los valores de momentos de negativos varían desde un máximo para luces iguales —momento de empotramiento perfecto—, a un mínimo para una relación de luces 0,5, con momento 0,75 del anterior. Si se aumenta la desproporción de luces, cambia el sentido de la variación, y aumenta el empotramiento hasta llegar a giro nulo para valores pequeños de luz de la viga corta, alcanzando nuevamente el empotramiento perfecto.

Los momentos de positivos de la viga larga varían en sentido contrario, crecen a la par que decrecen los negativos; pero aún están más acotados, el mínimo se da con el empotramiento perfecto y el máximo en torno a una relación de luces de 0,5 con un incremento máximo de un 22%.

Para la viga corta, la de la izquierda, la variación de resultados es mucho más fuerte por su dependencia respecto a la larga; los valores de negativos siempre superan los propios de empotramiento perfecto, y a partir de la relación de luces de 0,6 desaparecen los momentos de positivos trabajando siempre con la fibra superior traccionada.

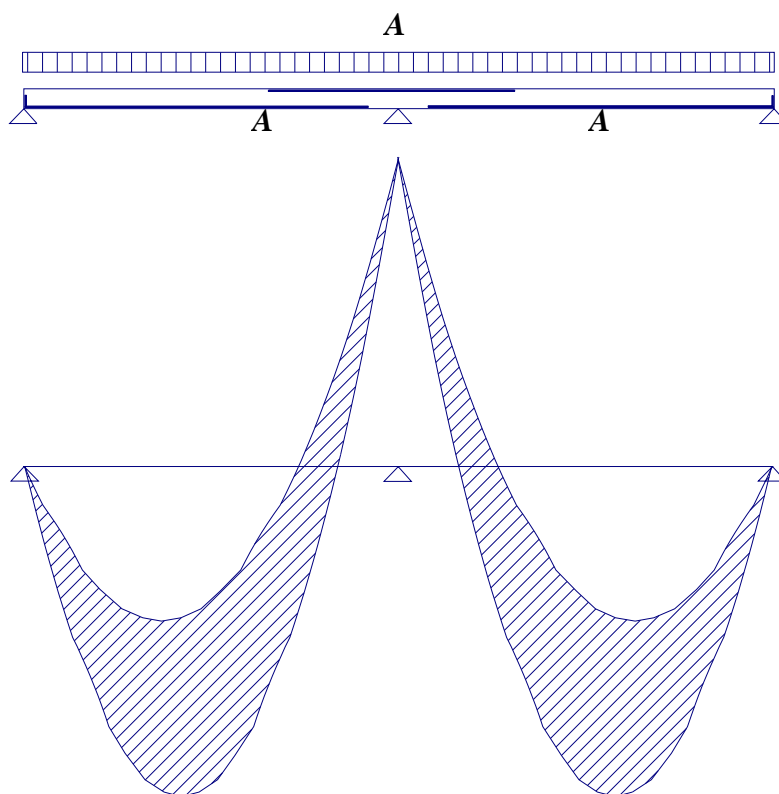
<sup>82</sup>. En la tabla se señalan en negrita los valores más significativos.

#### 4.1.2. Análisis no lineal para luces iguales

##### 4.1.2.1. Armado en proporción 1:1

El caso de luces iguales es un caso extremo, que produce mayores valores para momentos de negativos y menores de positivos. Los resultados del análisis no lineal, para proporciones de armado 1:1, señalan una reserva de 1,45 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 46 se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.



**Figura 46: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES IGUALES. PROPORCIÓN DE ARMADO 1:1**

En la Tabla XXII se señalan los valores que corresponden al giro de la sección plastificada.

Las ecuaciones utilizadas para determinar el giro plástico son las siguientes:

$$\Phi = \frac{k_0 k_1 A_s f_{yk} z L^3}{24 E_s A_s z L^2 (d - x)} = \frac{k_0 k_1 0,002 L}{24 (d - x)}$$

siendo:

$$k_0 = 1 - \frac{q}{q_u} \quad k_1 = 1 - \frac{q_u L^2}{M_u}$$

$$f_{yk}/E_s = 0,002 \quad \text{y} \quad d = 0,95h$$

En este caso resultan  $k_0 = 0,31$  y  $k_1 = 11,65$ .

$k_0$  representa el porcentaje sobre la carga última, que produce el giro plástico, y  $k_1$  es un coeficiente numérico función del momento máximo en el intervalo entre rótulas, del que depende la armadura  $A_s$ .

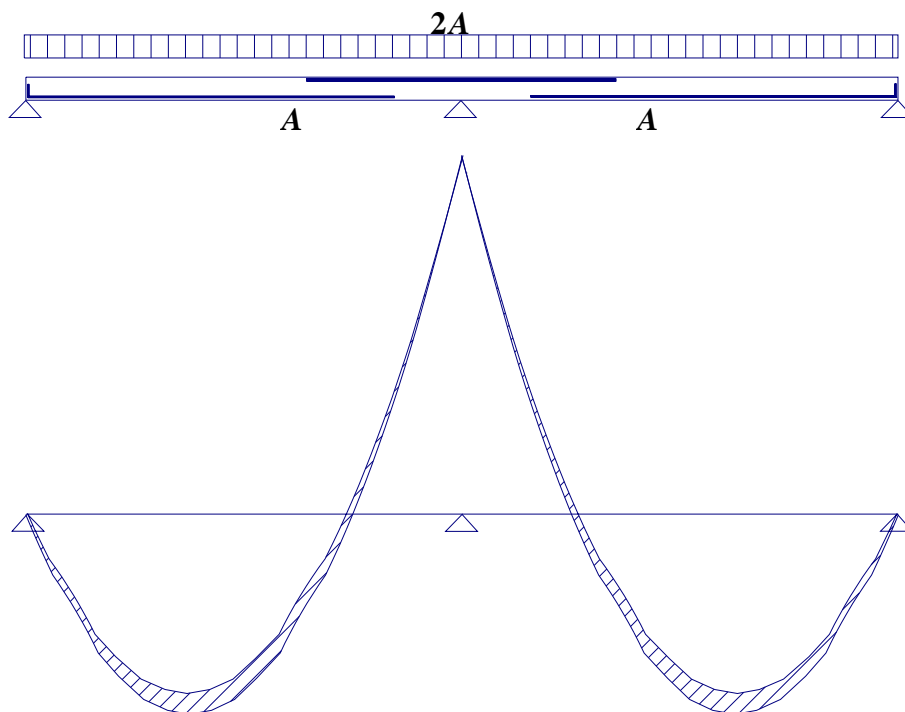
**Tabla XXII: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 1:1. Viga de dos vanos.**

$z/d$	$x/d$	$(d - x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,036%	22
0,93	0,15	0,85	0,037%	22
0,90	0,20	0,80	0,040%	20
0,87	0,25	0,75	0,042%	19
0,85	0,30	0,70	0,045%	17
0,82	0,35	0,65	0,050%	16
0,80	0,40	0,60	0,053%	15

#### 4.1.2.2. Armado en proporción 2:1

Los resultados del análisis no lineal, para proporciones de armado 2:1, señalan una reserva de 1,11 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 47, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.



**Figura 47: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES IGUALES. PROPORCIÓN DE ARMADO 2:1**

En la Tabla XXIII se señalan los valores de los giros plásticos correspondientes.

Las ecuaciones utilizadas para determinar el giro plástico son las mismas que en el epígrafe anterior:

En este caso resultan  $k_0 = 0,05$  y  $k_1 = 15$ .



La gráfica se modifica considerablemente menos que antes, y los valores de esbeltez indican que prácticamente cualquier viga puede realizar el giro necesario en el apoyo.

**Tabla XXIII: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 2:1. Viga de dos vanos.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,007%	115
0,93	0,15	0,85	0,007%	109
0,90	0,20	0,80	0,008%	102
0,87	0,25	0,75	0,008%	96
0,85	0,30	0,70	0,009%	90
0,82	0,35	0,65	0,010%	83
0,80	0,40	0,60	0,010%	76

#### 4.1.2.3. Armado en proporción 1:2

Modificando la proporción de armado en el sentido contrario, para la relación 2:1, la reserva plástica es de 2 veces la carga que produce la primera rótula —ver Figura 48—, valor demasiado elevado, como se puede comprobar en los giros plásticos necesarios de la Tabla XXIV.

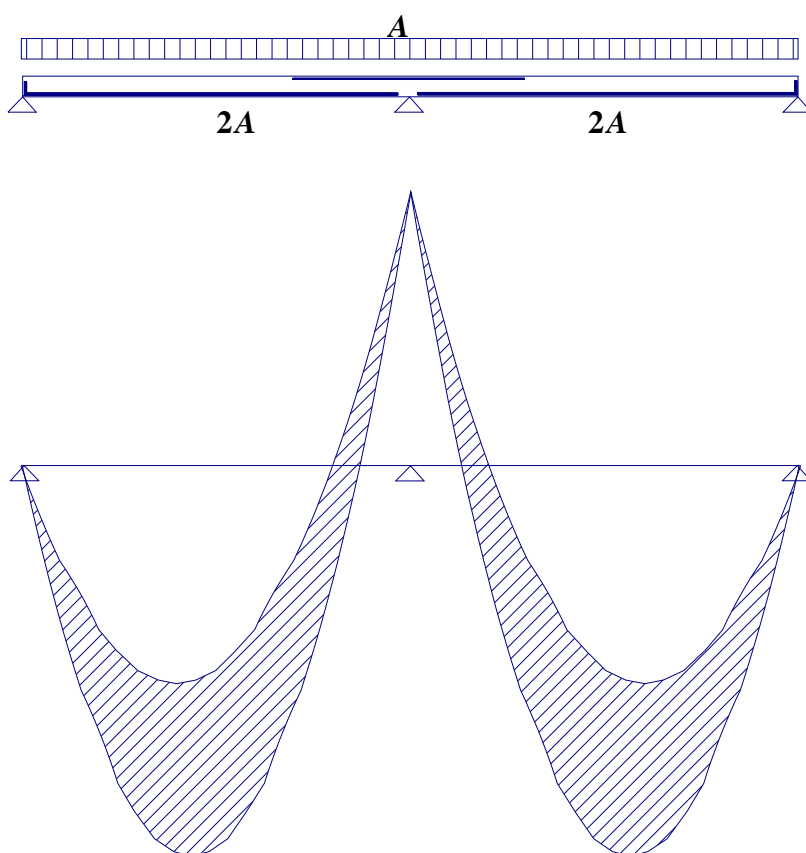


Figura 48: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES IGUALES. PROPORCIÓN DE ARMADO 1:2

En este caso resultan  $k_0=0,5$  y  $k_1=10$ .

Los valores de esbeltez necesarios indican que sólo con grandes cantos de viga se puede realizar el giro requerido en el apoyo.

**Tabla XXIV: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 1:2. Viga de dos vanos.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,049%	16
0,93	0,15	0,85	0,051%	15
0,90	0,20	0,80	0,055%	14
0,87	0,25	0,75	0,059%	13
0,85	0,30	0,70	0,062%	12
0,82	0,35	0,65	0,068%	11
0,80	0,40	0,60	0,074%	11

Si se realiza análisis lineal con la redistribución máxima permitida por el Eurocódigo, a partir de los valores correspondientes a la rigidez del hormigón sin fisurar —en este caso, 1:1— se pueden obtener los valores extremos de proporción de armado que se expresan en la Tabla XXV.

**Tabla XXV: Análisis lineal con redistribución. Variación proporción de armado. Viga de dos vanos. Luces iguales.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	REDISTRIBUCIÓN	
			SIN	CON
0,95	0,10	0,90	1,8: 1	1,3: 1
0,93	0,15	0,85	1,8: 1	1,3: 1
0,90	0,20	0,80	1,8: 1	1,3: 1
0,87	0,25	0,75	1,8: 1	1,3: 1
0,85	0,30	0,70	1,8: 1	1,3: 1
0,82	0,35	0,65	1,8: 1	1,4: 1
0,80	0,40	0,60	1,8: 1	1,5: 1

Entre las proporciones 1,8:1 y 1,3:1 pueden valer todas las posibilidades —ver Tabla XXII, Tabla XXIII, Tabla XXIV y Tabla XXV— tanto con el análisis no lineal como con la simplificación de lineal y redistribución. Para valores de esbelteces en torno a 20 se puede alcanzar, con limitaciones, la relación 1:1 basándose en la aproximación obtenida con análisis no lineal.

### 4.1.3. Análisis no lineal para viga de dos vanos de luces diferentes

#### 4.1.3.1. Armado en proporción 1:1

El caso de tramos diferentes con una relación entre luces de 0,5, es el caso extremo que produce mayores valores para momentos de positivos y menores de negativos; siempre contemplando el tramo mayor, que es el que domina la situación y resulta ser el más significativo en cuanto a los valores finales.

Para proporciones de armado 1:1, el análisis no lineal señala una reserva de 1,06 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 49, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.

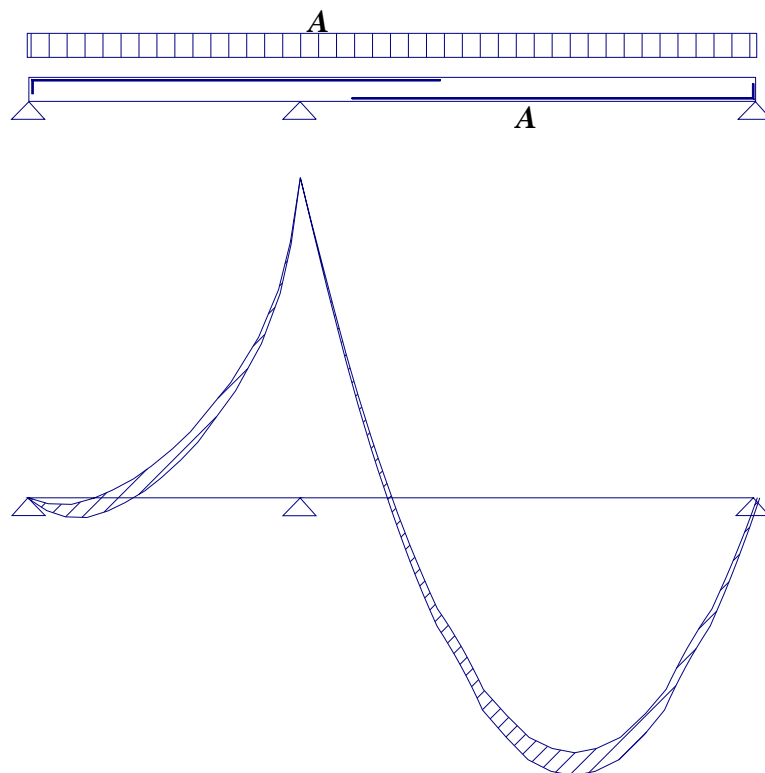


Figura 49: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES DIFERENTES. PROPORCIÓN DE ARMADO 1:1

En la Tabla XXVI, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,06$  y  $k_1 = 11,65$

Armar en relación 1:1 conduce a sollicitaciones casi congruentes con el armado, sin necesidad de giro. La gráfica se modifica muy poco y los valores de esbeltez indican que prácticamente cualquier viga puede realizar el giro necesario en el apoyo.

**Tabla XXVI: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 1:1. Viga de dos vanos. Luces diferentes en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,007%	118
0,93	0,15	0,85	0,007%	112
0,90	0,20	0,80	0,008%	103
0,87	0,25	0,75	0,008%	99
0,85	0,30	0,70	0,009%	92
0,82	0,35	0,65	0,009%	86
0,80	0,40	0,60	0,010%	79

#### 4.1.3.2. Armado en proporción 2:1

Para proporciones de armado 2:1, el análisis no lineal señala una reserva de 1,16 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 50, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.

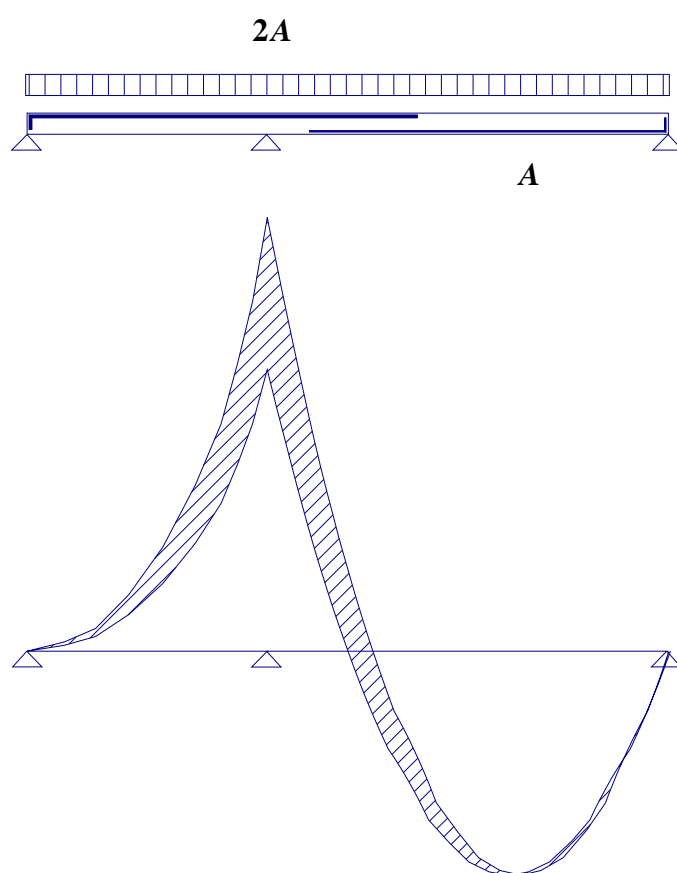


Figura 50: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES DIFERENTES. PROPORCIÓN DE ARMADO 2:1

En la Tabla XXVII, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,14$  y  $k_1 = 7,5$ .

La relación 2:1 conduce a agotar el vano antes que el apoyo; las ecuaciones utilizadas son las mismas, considerando ahora la sección de acero en el apoyo. La gráfica se modifica muy poco y los valores de esbeltez indican que prácticamente cualquier viga puede realizar el giro necesario en el vano.

**Tabla XXVII: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 2:1. Viga de dos vanos. Luces diferentes en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,010%	78
0,93	0,15	0,85	0,010%	74
0,90	0,20	0,80	0,012%	69
0,87	0,25	0,75	0,012%	65
0,85	0,30	0,70	0,013%	61
0,82	0,35	0,65	0,014%	56
0,80	0,40	0,60	0,016%	51

Si se realiza análisis lineal con la redistribución máxima permitida por el Eurocódigo, a partir de los valores correspondientes a la rigidez del hormigón sin fisurar —en este caso 1,1:1—, se pueden obtener los valores extremos de proporción de armado que se expresan en la Tabla XXVIII.

**Tabla XXVIII: Análisis lineal con redistribución. Variación proporción de armado. Viga de dos vanos. Luces en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	REDISTRIBUCIÓN	
			SIN	CON
0,95	0,10	0,90	1,1: 1	0,9 : 1
0,93	0,15	0,85	1,1: 1	0,9 : 1
0,90	0,20	0,80	1,1: 1	0,9 : 1
0,87	0,25	0,75	1,1: 1	0,9 : 1
0,85	0,30	0,70	1,1: 1	0,9 : 1
0,82	0,35	0,65	1,1: 1	0,92: 1
0,80	0,40	0,60	1,1: 1	0,94: 1

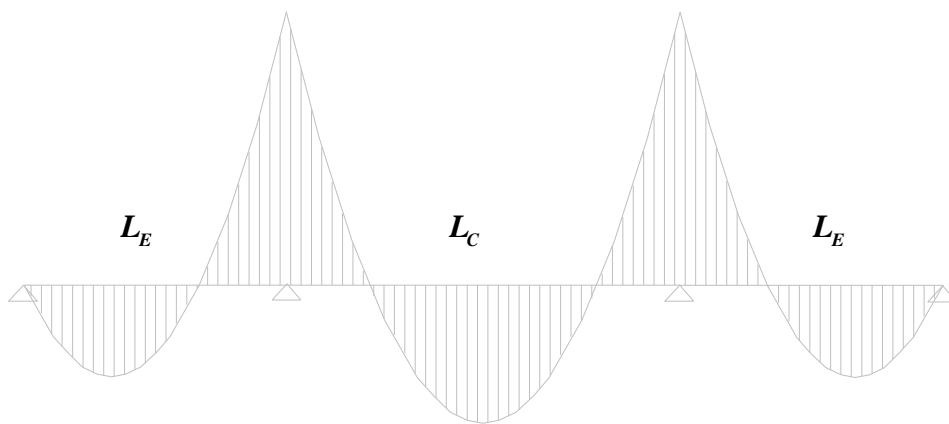
La proporción evidente de armado es ahora 1:1 —ver Tabla XXVI, Tabla XXVII y Tabla XXVIII—, tanto con el análisis no lineal como con la simplificación de lineal y redistribución. No obstante, el análisis no lineal valida la distribución 2:1, con la formación de rótula en el vano, para prácticamente cualquier valor de esbeltez.



## 4.2. Viga continua de tres vanos

### 4.2.1. Relación sollicitación a luz

Para analizar la variación de sollicitaciones en una viga de tres vanos, se considera una situación de simetría con luces de viga extrema y central de valores respectivos  $L_E$  y  $L_C$ , ver Figura 51.



**Figura 51: VIGA CONTINUA DE TRES VANOS**

Los resultados de la variación de momento para luces distintas, con carga unitaria, se expresan en la Tabla XXIX:

**Tabla XXIX: Relación de variación del momento a luces en viga de tres tramos.**

$L_C/L_E$	$8M^-/L_E^2$	$14,3M_E^+/L_E^2$	$12M^-/L_C^2$	$24M_C^+/L_C^2$
0,00	1,00	1,00	$\infty$	---
0,50	0,64	1,31	3,85	---
0,75	0,68	1,29	1,80	---
1,00	0,80	1,18	1,20	0,40
1,33	1,12	0,89	0,95	1,10
2,00	2,25	---	0,84	1,31
$\infty$	$\infty$	---	1,00	1,00

Para  $L_E = 0$  resulta una única viga con empotramiento perfecto en ambos extremos, y para  $L_C = 0$  se tienen dos vigas con un empotramiento perfecto.

Siempre domina la relación la viga de luz mayor<sup>83</sup>; para valores pequeños de la viga central, los momentos de negativos varían entre 1 y 0,64 del de empotramiento perfecto, y los de positivos entre 1 y 1,31 respecto el valor correspondiente en positivos para empotramiento perfecto. El resultado es semejante al de la viga de dos tramos.

Para valores pequeños de la viga extrema, los negativos varían de 1 a 0,84 del valor de empotramiento perfecto, y los de positivos de 1 a 1,31 del propio, con un máximo en torno a la luz doble.

Para la relación de luces  $L_C/L_E < 0,8$  todos los momentos son de negativos para la viga central, y para  $L_C/L_E > 2$ , todos los momentos son de negativos para la viga extrema.

<sup>83</sup>. En la tabla se señalan en negrita los valores más significativos.

#### 4.2.2. Análisis no lineal para luces iguales

##### 4.2.2.1. Armado en proporción 1:1

Para viga de tres tramos con simetría, si se consideran todas las posibilidades de luces, el caso de luces iguales es un caso intermedio. Esto se debe a que el máximo de negativos se produce, o bien cuando el vano central es nulo, o bien cuando lo son los dos extremos —estos casos ya se han visto con la viga continua de dos vanos y la doblemente empotrada—; el máximo momento de positivos se produce con una relación de luces entre la de extremo y la central de 0,5 ó de 2.

Los resultados del análisis no lineal, para proporciones de armado 1:1, en la viga de tres tramos iguales, señalan una reserva de 1,16 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 52, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.

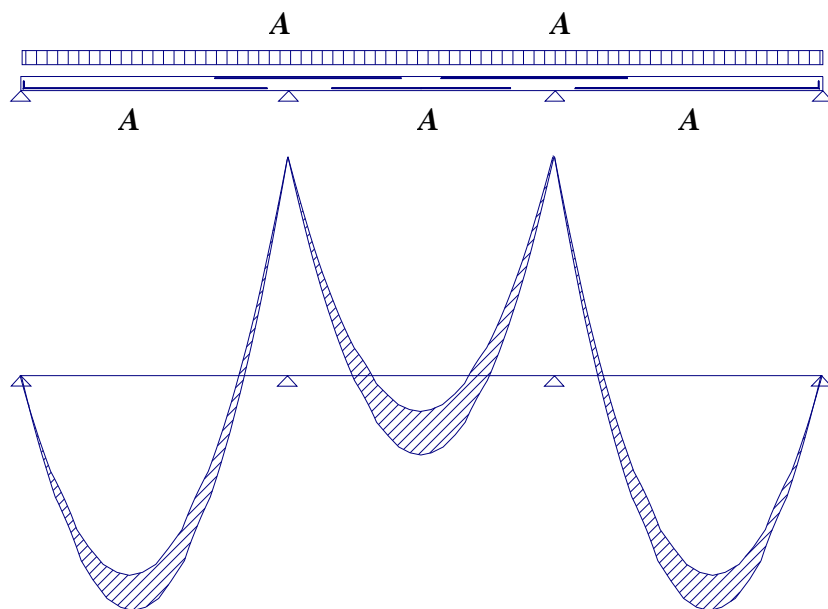


Figura 52: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES IGUALES. PROPORCIÓN DE ARMADO 1:1

En la Tabla XXX, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,14$  y  $k_1 = 11,65$ .

Armar en relación 1:1 conduce a solicitudes con necesidad de poca plastificación de la rótula del apoyo; los valores de esbeltez indican que prácticamente cualquier viga puede realizar el giro necesario en el apoyo.

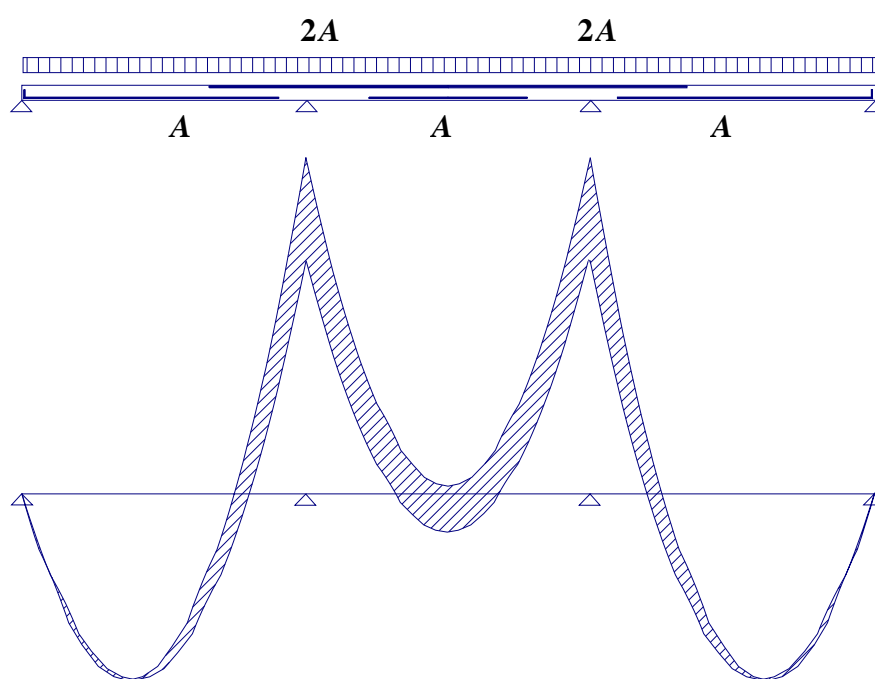
**Tabla XXX: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 1:1. Viga de tres vanos. Luces iguales.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,016%	50
0,93	0,15	0,85	0,016%	48
0,90	0,20	0,80	0,018%	45
0,87	0,25	0,75	0,019%	42
0,85	0,30	0,70	0,020%	39
0,82	0,35	0,65	0,022%	36
0,80	0,40	0,60	0,024%	33

#### 4.2.2.2. Armado en proporción 2:1

Para proporciones de armado 2:1, el análisis no lineal para señala una reserva de 1,17 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 53, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.



**Figura 53: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES IGUALES. PROPORCIÓN DE ARMADO 2:1**

En la Tabla XXXI, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,14$  y  $k_1 = 7,5$ .

La relación 2:1 conduce a agotar el vano antes que el apoyo; las ecuaciones utilizadas son las anteriores, considerando ahora la sección de acero en el apoyo. La gráfica se modifica muy poco y los valores de esbeltez indican que

prácticamente cualquier viga puede realizar el giro necesario en el vano<sup>84</sup>.

**Tabla XXXI: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 2:1. Viga de tres vanos. Luces iguales.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,010%	78
0,93	0,15	0,85	0,010%	74
0,90	0,20	0,80	0,012%	69
0,87	0,25	0,75	0,012%	65
0,85	0,30	0,70	0,013%	61
0,82	0,35	0,65	0,014%	56
0,80	0,40	0,60	0,016%	51

Si se realiza análisis lineal con la redistribución máxima permitida por el Eurocódigo, a partir de los valores correspondientes a la rigidez del hormigón sin fisurar —en este caso 1,2:1—, se pueden obtener los valores extremos de proporción de armado que se expresan en la Tabla XXXII.

**Tabla XXXII: Análisis lineal con redistribución. Variación proporción de armado. Viga de tres vanos. Luces iguales.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	REDISTRIBUCIÓN	
			SIN	CON
0,95	0,10	0,90	1,2: 1	0,95 : 1
0,93	0,15	0,85	1,2: 1	0,95 : 1
0,90	0,20	0,80	1,2: 1	0,95 : 1
0,87	0,25	0,75	1,2: 1	0,95 : 1
0,85	0,30	0,70	1,2: 1	0,95 : 1
0,82	0,35	0,65	1,2: 1	1,0 : 1
0,80	0,40	0,60	1,2: 1	1,1 : 1

<sup>84</sup>. La situación es análoga al caso de vano extremo en viga de dos tramos con una relación 0,5 de luces.

La proporción evidente de armado es ahora 1:1 — ver Tabla XXX, Tabla XXXI y Tabla XXXII —, tanto con el análisis no lineal como con la simplificación de lineal y redistribución. No obstante, el análisis no lineal valida la distribución 2:1, con la formación de rótula en el vano, para prácticamente cualquier valor de esbeltez.

### 4.2.3. Análisis no lineal para viga de tres vanos de luces diferentes

#### 4.2.3.1. Armado en proporción 1:1

Para tramos diferentes, la situación que produce mayores valores para momentos de positivos y menores de negativos corresponde a una relación entre luces de 0,5 y de 2, según que el vano mayor sea el del extremo o el central. En este apartado se analiza la relación  $L_E/L_C = 2$ ; así los máximos de negativos suceden para luz nula del tramo central —equivalente a vida de dos tramos— y para luz nula de las vigas extremas —equivalente a viga doblemente empotrada—.

Para proporciones de armado 1:1, el análisis no lineal señala una reserva de 1,07 veces la carga que produce la primera rótula. En la Figura 54, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.

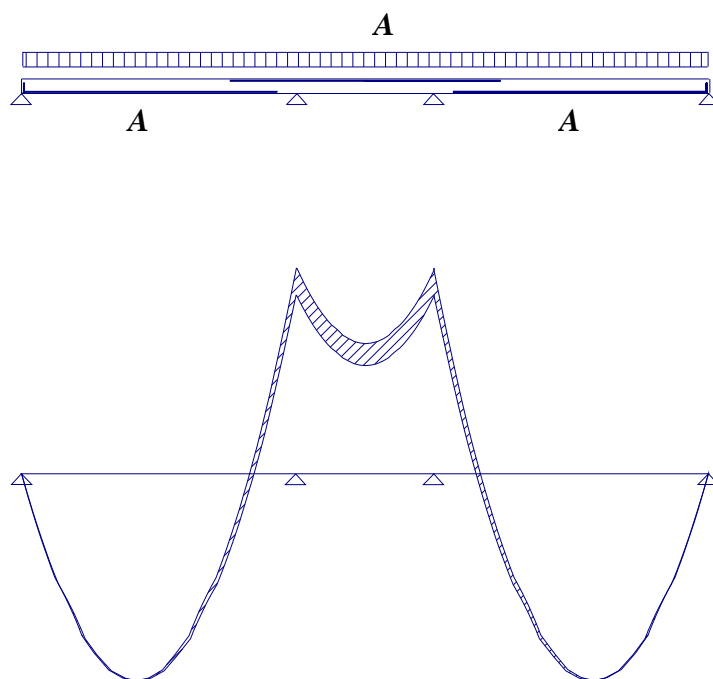


Figura 54: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES DIFERENTES EN RELACIÓN 0,5. PROPORCIÓN DE ARMADO 1:1



En la Tabla XXXIII, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,07$  y  $k_1 = 11,65$ .

Armar en relación 1:1 conduce a giros pequeños. La sección en el vano se agota antes y, a partir de entonces, se incrementa la gráfica de negativos. Los valores de esbeltez máxima indican que prácticamente cualquier viga puede realizar el giro necesario en el apoyo.

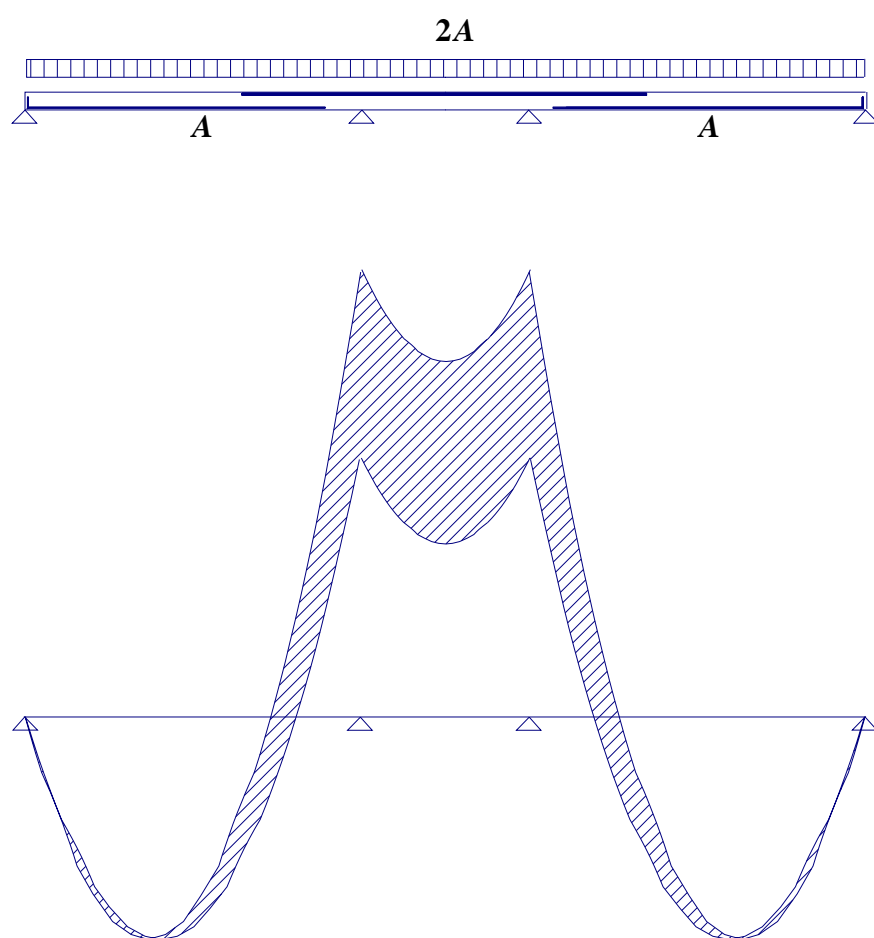
**Tabla XXXIII: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 1:1. Viga de tres vanos. Luces diferentes en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,008%	100
0,93	0,15	0,85	0,009%	95
0,90	0,20	0,80	0,009%	89
0,87	0,25	0,75	0,010%	83
0,85	0,30	0,70	0,010%	78
0,82	0,35	0,65	0,010%	72
0,80	0,40	0,60	0,010%	66

#### 4.2.3.2. Armado en proporción 2:1

Para proporciones de armado 2:1, el análisis no lineal señala una reserva de 1,25 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 55, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.



**Figura 55: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES DIFERENTES EN RELACIÓN 0,5. PROPORCIÓN DE ARMADO 2:1**

En la Tabla XXXIV, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,20$  y  $k_1 = 7,5$ .

La relación 2:1 conduce a agotar el vano antes que el apoyo. La gráfica no se modifica demasiado y los valores de esbeltez necesarios son poco restrictivos.

**Tabla XXXIV: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 2:1. Viga de tres vanos. Luces diferentes en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,014%	54
0,93	0,15	0,85	0,015%	52
0,90	0,20	0,80	0,016%	48
0,87	0,25	0,75	0,018%	45
0,85	0,30	0,70	0,019%	42
0,82	0,35	0,65	0,020%	39
0,80	0,40	0,60	0,022%	36

Si se realiza análisis lineal con la redistribución máxima permitida por el Eurocódigo, a partir de los valores correspondientes a la rigidez del hormigón sin fisurar —en este caso 0,9:1—, se pueden obtener los valores extremos de proporción de armado que se expresan en la Tabla XXXV.

**Tabla XXXV: Análisis lineal con redistribución. Variación proporción de armado. Viga de tres vanos. Luces en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	REDISTRIBUCIÓN	
			SIN	CON
0,95	0,10	0,90	0,9 : 1	0,7 : 1
0,93	0,15	0,85	0,9 : 1	0,7 : 1
0,90	0,20	0,80	0,9 : 1	0,7 : 1
0,87	0,25	0,75	0,9 : 1	0,7 : 1
0,85	0,30	0,70	0,9 : 1	0,7 : 1
0,82	0,35	0,65	0,9 : 1	0,73 : 1
0,80	0,40	0,60	0,9 : 1	0,8 : 1

La proporción de armado no es muy diferente de 1:1 pero siempre mayor en vano que en apoyo —ver Tabla XXXIII, Tabla XXXIV y Tabla XXXV—, tanto con el análisis no lineal como con la simplificación de lineal y redistribución. El análisis no lineal valida las distribuciones 1:1 y 2:1, con formación de rótula en el vano, para prácticamente cualquier valor de esbeltez; distribuciones que quedarían fuera en análisis lineal redistribuido.

### 4.3. Viga continua de varios vanos

#### 4.3.1. Relación sollicitación a luz

Para vigas de varios tramos, se pueden extraer algunas conclusiones de los casos más simples vistos anteriormente. Por ejemplo, para luces interiores iguales y luces extremas de valor 0,8 de la interior, todos los momentos son los de empotramiento perfecto y ninguno de ellos gira, ver Figura 56.

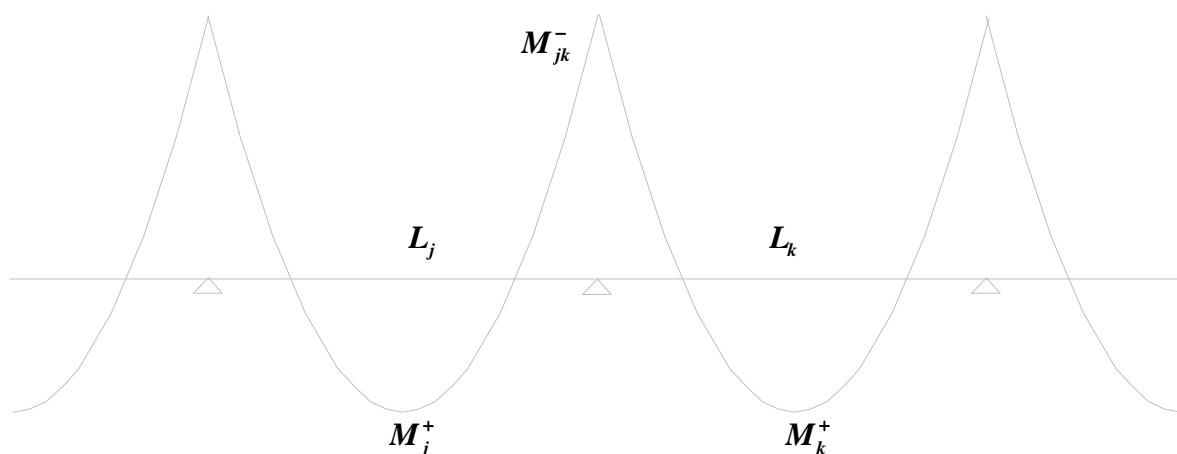


Figura 56: VIGA CONTINUA DE VARIOS VANOS

Los valores de momento para las vigas interiores dependen de la viga de luz mayor, los negativos varían de 1 a 0,75 y los positivos de 1 a 1,5 de los correspondientes a empotramiento perfecto<sup>85</sup>. Ver Tabla XXXVI.

<sup>85</sup>. En las proximidades del extremo, la primera viga interior se desvía de este modelo, como se ve más adelante; en este caso, se adapta mejor el esquema de la viga de tres vanos.

**Tabla XXXVI: Relación de variación del momento a luces en vano interior de viga de varios tramos.**

$L_k/L_j$	$12M_{jk}^-/L_j^2$	$12M_j^+/L_j^2$	$24M_k^+/L_k^2$
1,00	1,00	1,00	1,00
0,75	0,81	1,38	--
0,50	0,75	1,50	--
0,25	0,81	1,38	--
0,00	1,00	1,00	--

A partir de  $L_k/L_j < 0,7$ , toda la viga pequeña está solicitada a momentos negativos.

Los valores de negativos, con independencia del número de tramos de la viga, oscilan hasta un 25% por debajo del valor del de empotramiento perfecto correspondiente a la luz mayor de los vanos correspondientes.

Los momentos de positivos varían en el mismo valor absoluto y en sentido contrario, por lo que su alteración relativa es de hasta un 50% sobre el valor correspondiente del empotramiento perfecto, y siempre con valores considerados sobre la viga de mayor luz, que es la que domina la relación.

Los casos anteriores corresponden a rigidez constante. Para rigidez variable, la variación de sección puede darse de un tramo a otro, o dentro de cada tramo; esta segunda posibilidad redundaría en un mayor aprovechamiento estructural. Los resultados anteriores serían bastante diferentes; por ejemplo, los incrementos de rigidez en un tramo largo llevan a aumentar los valores de momento de positivos; sin embargo, en uno corto —cuestión en principio poco necesaria— lleva a disminuirlos, pero aumentan a cambio los valores de negativos;

si el incremento de rigidez se lleva al otro lado del apoyo —lo que parece razonable, por la semejanza de sollicitación—, los negativos a ambos lados del apoyo se incrementan. Así, según que el tramo incrementado se localice entre apoyos o pase al otro lado del apoyo, y según que afecte a la luz larga o a la luz corta, aparecen diferentes posibilidades.

Para el diseño, los incrementos de resistencia posiblemente tengan poca relación con los de sollicitación. Si se incrementa el canto en un tramo, para acomodar sollicitación con resistencia, los momentos también se incrementan, con lo que hay que seguir incrementando sección; la convergencia se puede producir para valores en desproporción elevada<sup>86</sup>.

---

<sup>86</sup>. Sin contar con la ductilidad de la pieza

### **4.3.2. Análisis no lineal para luces iguales**

#### **4.3.2.1. Armado en proporción 1:1**

El caso de luces iguales presenta dos tipos diferentes, según la situación: viga de extremo y viga interior.

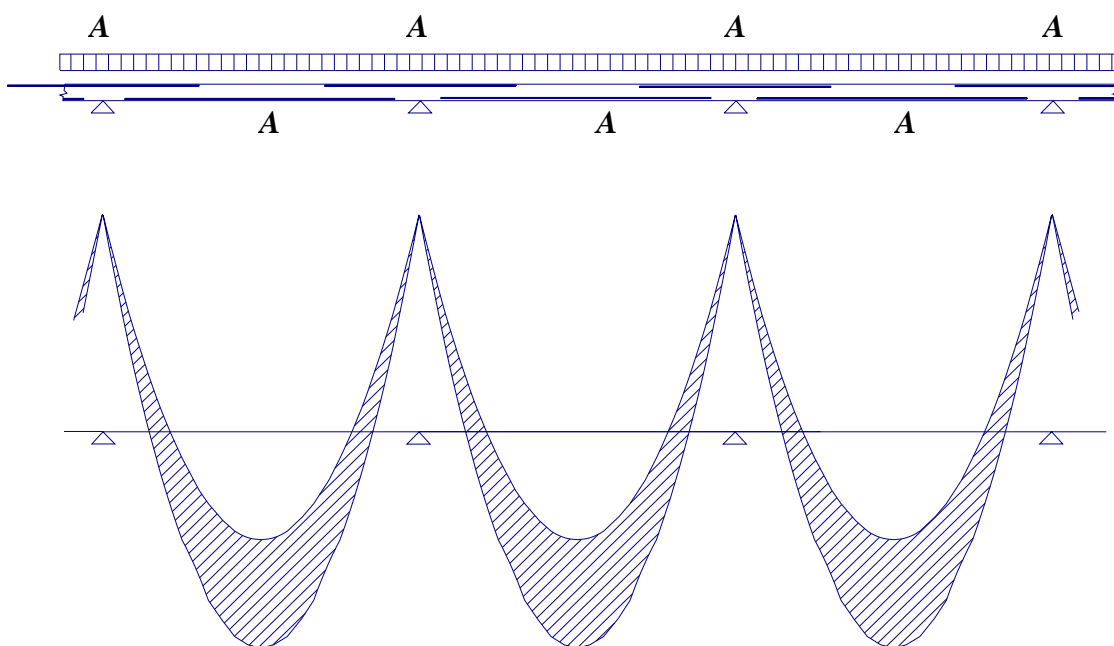
Para el diseño de la viga de extremo, las consideraciones realizadas anteriormente, en el caso de viga con tres tramos, resultan igualmente apropiadas. Los valores de momentos de negativos son muy similares: para cuatro vanos el valor del momento de empotramiento es un 7% superior, para cinco vanos es un 6% superior, y se estabiliza en ese valor para más vanos.

Para el diseño de la viga interior se pueden utilizar los criterios de viga bi-empotrada, sólo existe una diferencia apreciable para la primera viga interior, debida a la influencia de la viga de extremo sobre el empotramiento. La diferencia de momentos de negativos en relación con los de empotramiento perfecto, aumenta un 28% para el vínculo de unión con la viga extrema, y disminuye un 14%, para el contrario; la viga siguiente atenúa rápidamente estos valores con desviaciones de apenas un 6% sobre los de la viga bi-empotrada.

En la viga interior, para proporciones de armado 1:1 el caso de empotramiento perfecto presenta una reserva de 1,33 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 57, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.





**Figura 57: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES IGUALES. PROPORCIÓN DE ARMADO 1:1**

En la Tabla XXXVII, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,25$  y  $k_1 = 16$ .

Armaz en relación 1:1 conduce a sollicitaciones con necesidad de bastante plastificación de la rótula del apoyo; sólo se alcanza el giro necesario para una esbeltez máxima de alrededor de 16.

**Tabla XXXVII: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 1:1. Vano interior de viga de varios tramos. Tramo interior. Luces iguales.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,039%	21
0,93	0,15	0,85	0,041%	19
0,90	0,20	0,80	0,044%	18
0,87	0,25	0,75	0,047%	17
0,85	0,30	0,70	0,050%	16
0,82	0,35	0,65	0,054%	15
0,80	0,40	0,60	0,059%	14

#### 4.3.2.2. Armado en proporción 2:1

Para proporciones de armado 2:1, el análisis no lineal señala una reserva de 1,12 veces la carga que produce la primera rótula. En la Figura 58, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.

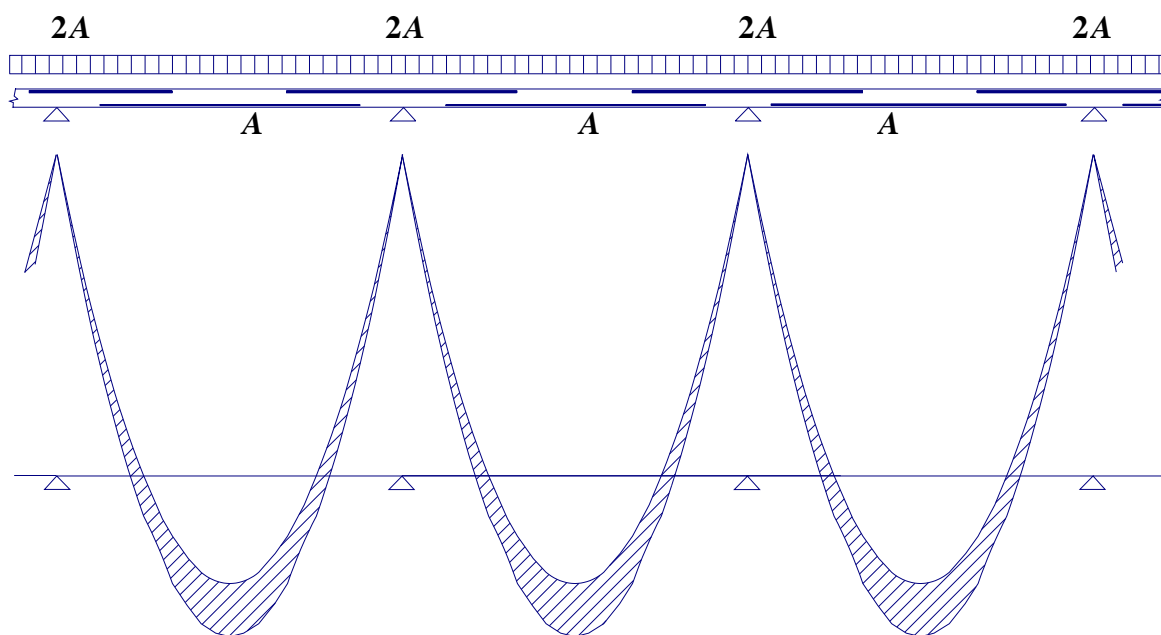


Figura 58: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES IGUALES. PROPORCIÓN DE ARMADO 2:1

En la Tabla XXXVIII, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,11$  y  $k_1 = 24$ .

La relación 2:1 necesita menos giro plástico para agotar el armado.

**Tabla XXXVIII: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 2:1. Viga de varios vanos. Tramo interior. Luces iguales.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,026%	31
0,93	0,15	0,85	0,027%	29
0,90	0,20	0,80	0,029%	28
0,87	0,25	0,75	0,031%	26
0,85	0,30	0,70	0,033%	24
0,82	0,35	0,65	0,036%	22
0,80	0,40	0,60	0,039%	21

Si se realiza análisis lineal, para el tramo interior, con la redistribución máxima permitida por el Eurocódigo, a partir de los valores correspondientes a la rigidez del hormigón sin fisurar —en este caso 2:1—, se pueden obtener los valores extremos de proporción de armado que se expresan en la Tabla XXXIX.

**Tabla XXXIX: Análisis lineal con redistribución. Variación proporción de armado. Vano interior de viga de varios tramos. Luces iguales.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	REDISTRIBUCIÓN	
			SIN	CON
0,95	0,10	0,90	2 : 1	1,3 : 1
0,93	0,15	0,85	2 : 1	1,3 : 1
0,90	0,20	0,80	2 : 1	1,3 : 1
0,87	0,25	0,75	2 : 1	1,3 : 1
0,85	0,30	0,70	2 : 1	1,3 : 1
0,82	0,35	0,65	2 : 1	1,5 : 1
0,80	0,40	0,60	2 : 1	1,7 : 1

La proporción aconsejable de armado para la viga interior es 2:1 —ver Tabla XXXVII, Tabla XXXVIII y Tabla XXXIX—.

### 4.3.3. Análisis no lineal para viga de varios vanos de luces diferentes

#### 4.3.3.1. Armado en proporción 1:1

Para tramos diferentes, la viga del extremo y la consecutiva se encuentran en situación parecida a la viga de tres vanos; la viga interior tiene características propias y se analiza para una relación de luces de 0,5 que, según la Tabla XXXVI, conduce a un mínimo de negativos y un máximo de positivos.

Para proporciones de armado 1:1, los momentos iniciales son iguales para positivos y negativos; por lo tanto, existe congruencia con el armado y no se precisa giro plástico.

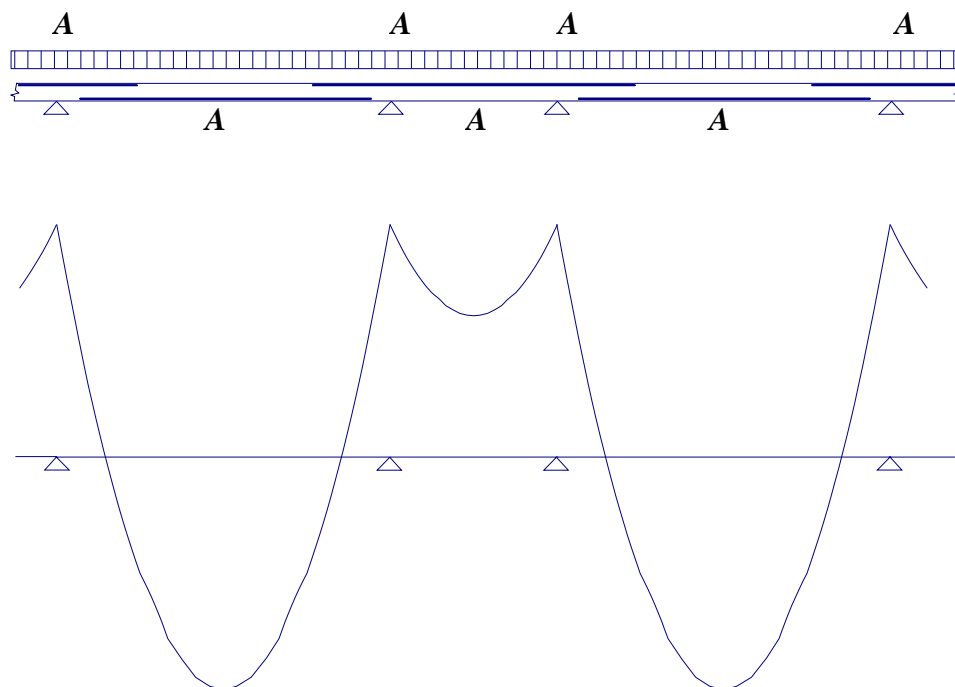
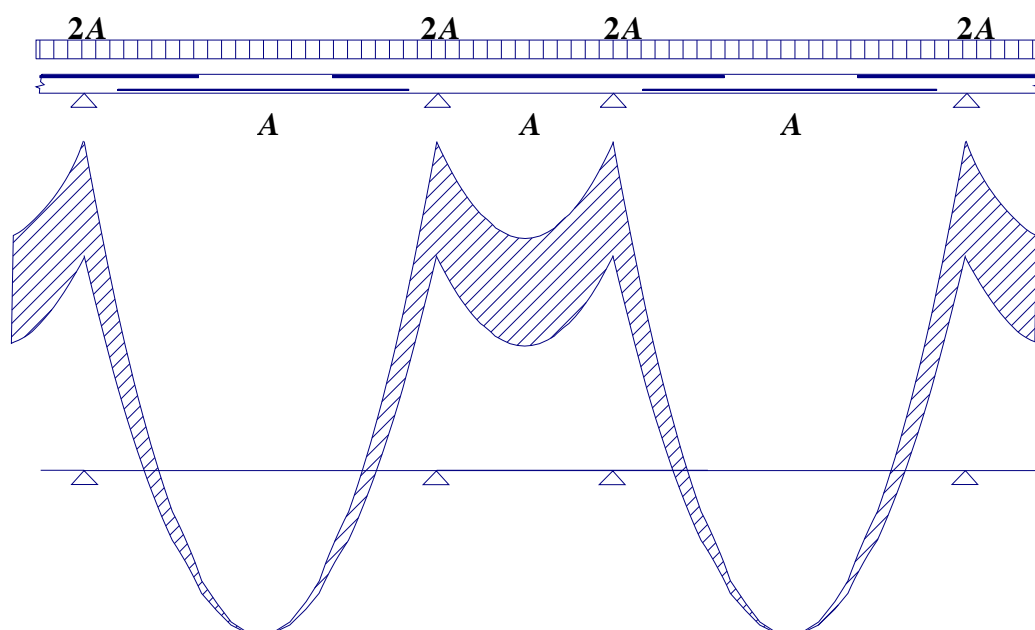


Figura 59: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES DIFERENTES EN RELACIÓN 0,5. PROPORCIÓN DE ARMADO 1:1

#### 4.3.3.2. Armado en proporción 2:1

Para proporciones de armado 2:1, el análisis no lineal señala una reserva de 1,3 veces la carga que produce la primera rótula.

En la Figura 60, se indica con la zona rayada la redistribución por giro del apoyo.



**Figura 60: ANÁLISIS NO LINEAL. LUCES DIFERENTES EN RELACIÓN 0,5. PROPORCIÓN DE ARMADO 2:1**

En la Tabla XL, se señalan los valores correspondientes a giros plásticos necesarios y esbelteces máximas, según análisis no lineal, para agotar las armaduras.

En este caso resultan  $k_0 = 0,23$  y  $k_1 = 12$ .

La relación 2:1 conduce a agotar el vano antes que el apoyo; los límites de esbeltez corresponden a un valor de 23, o incluso inferior.

**Tabla XL: Análisis no lineal. Relación giro esbeltez para armado en proporción 2:1. Viga de varios vanos. Tramo interior. Luces diferentes en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	$\Phi h/L$	límite esbeltez para $\Phi = 0,8\%$
0,95	0,10	0,90	0,027%	29
0,93	0,15	0,85	0,028%	28
0,90	0,20	0,80	0,030%	26
0,87	0,25	0,75	0,032%	24
0,85	0,30	0,70	0,034%	23
0,82	0,35	0,65	0,037%	21
0,80	0,40	0,60	0,040%	19

Si se realiza análisis lineal con la redistribución máxima permitida por el Eurocódigo, a partir de los valores correspondientes a la rigidez del hormigón sin fisurar —en este caso 1:1—, se pueden obtener los valores extremos de proporción de armado que se expresan en la Tabla XLI.

**Tabla XLI: Análisis lineal con redistribución. Variación proporción de armado. Viga de varios vanos. Tramo interior. Luces en relación 0,5.**

$z/d$	$x/d$	$(d-x)/d$	REDISTRIBUCIÓN	
			SIN	CON
0,95	0,10	0,90	1 : 1	0,74 : 1
0,93	0,15	0,85	1 : 1	0,74 : 1
0,90	0,20	0,80	1 : 1	0,74 : 1
0,87	0,25	0,75	1 : 1	0,74 : 1
0,85	0,30	0,70	1 : 1	0,74 : 1
0,82	0,35	0,65	1 : 1	0,79 : 1
0,80	0,40	0,60	1 : 1	0,89 : 1

La proporción de armado claramente aconsejable es 1:1, que no necesita redistribución prácticamente —ver Tabla XL y Tabla XLI—, tanto con el análisis no lineal como con la simplificación de lineal y redistribución.

## 5. CONCLUSIONES

En el desarrollo de esta tesis se ha hecho patente que el análisis del procedimiento de diseño de estructuras porticadas implica definir un número muy elevado de variables; además, muchas de éstas no son numéricas, lo que dificulta su consideración. Gracias al apoyo informático de que se dispone, han sido elaboradas numerosas herramientas que permiten analizar el comportamiento estructural, con objeto de validarlo; sin embargo, como se ha demostrado no son, en general, directamente aplicables al diseño, ya que, para entrar en el análisis, es necesario que la estructura esté totalmente definida. Así, por ejemplo, se ha visto que en el diseño de barras de hormigón armado, no se puede iniciar el análisis del comportamiento sin haber decidido previamente muchas variables y, además, debido al número implicado de éstas, no es normalmente posible utilizar el procedimiento de asignación arbitraria de valores y alteración de éstos, una y otra vez, para obtener una solución; ya que, aunque se alcanzara un resultado seguro, no sería el más estricto.

En el capítulo 1, esta tesis ha demostrado que, si se quiere obtener una solución correcta, hay que contar con un procedimiento diferente que permita definir los valores de las variables objeto del diseño —los que satisfacen los requisitos de estabilidad, resistencia, deformación limitada, envejecimiento medido y factibilidad o coste razonable—.

Se ha definido como *cálculo* el procedimiento que permite determinar la estructura y sus elementos; al contrario que el análisis, el cálculo no cuenta con el conocimiento de la estructura como hipótesis previa. En un sentido estricto, el cálculo sólo es posible cuando la variable a determinar se puede despejar de la función de relación correspondiente, lo cual no siempre es factible. La complejidad de la resolución del cálculo radica en que, aunque algunos elementos puedan estar predeterminados —de forma directa o indirecta— por los



datos del problema, el número de ecuaciones o de relaciones que se pueden establecer entre los restantes es inferior al de variables no determinadas, por lo que el problema en puridad no es resoluble, o calculable. Para resolverlo es necesario asignar directamente valores a algunas variables, apostando por una solución, en la suposición de que será validada y no será preciso reconsiderarla cuando se definan las demás variables. Se ha visto que según cómo se realice la asignación, se obtendrán mejores o peores soluciones, por lo que para diseñar la estructura habrá que utilizar procedimientos aproximados, cálculos indirectos y criterios generales de diseño que ayuden a tomar esas decisiones de asignación de valores. Se ha establecido que por el método de prueba y error, también se puede llegar a obtener una o varias soluciones, pero sólo casualmente serán buenas. Para obtener un resultado correcto, el mejor de los posibles, es necesario ordenar el procedimiento, es decir, se necesita determinar cuál debe ser el orden en que se deciden las variables.

Se ha considerado que, en lo que respecta a la decisión de algunos parámetros, las soluciones no son tantas como podría suponerse por el número de variables implicadas, ya que las posibilidades válidas están más limitadas que las teóricas; existe redundancia entre ellas, pues, como se ha visto, varias combinaciones tienen el mismo resultado; como ejemplo, sirve recordar que los resultados de las dimensiones de sección o los parámetros de la armadura varían en saltos discretos y tienen como límites valores máximos y mínimos, mientras que la variación de los datos que determinan los valores anteriores resulta continua.

Se ha demostrado que el análisis de las relaciones entre las distintas variables manifiesta que se pueden jerarquizar y ordenar, pues existe distinto grado de importancia entre ellas; ya que, variaciones leves de unas modifican mucho los valores de algunas de las restantes —de las que se dice que "son sensibles" a dicha variación— y, sin embargo, otras no resultan afectadas —son "insensibles"—; este comportamiento viene, pues, definido por aquella característica denominada *sensibilidad* de una a otra variable. Desde otro punto de vista,

modificaciones importantes de los valores de algunas variables no afectan al resto y, en cambio, pequeñas variaciones de otras modifican todo el planteamiento; esta característica se ha denominado potencia de la variable. En el desarrollo del trabajo se aprecia que la esbeltez para el problema de flexión, y el valor de  $L/\sqrt{Q}$  para el de compresión, son valores muy estables y de mucha potencia; en relación a éstos, los valores de las dimensiones de las piezas varían mucho más y son especialmente sensibles a alteraciones de la esbeltez o del valor de  $L/\sqrt{Q}$ .

Esto obliga a decidir en primer lugar las variables de mayor potencia, con objeto de que las decisiones posteriores no afecten a las iniciales, y así las reconsideraciones sean las mínimas posibles.

En la parte final del proceso, a partir de la situación en que el número de relaciones es igual al de variables aún no definidas, es posible la determinación por cálculo directo de las que quedan; pero en un sentido correcto del término cálculo y lejano del que se utiliza de forma habitual cuando, por ejemplo, se dice que se "calculan" solicitaciones sin conocer previamente más que algunos aspectos acerca de la geometría de la estructura.

Se ha considerado que para conocer la potencia de una variable respecto a otra a través de una relación, la característica más importante no es la función en sí, sino la primera derivada con respecto a cada una de las demás; si se pudieran formular las derivadas parciales de todas las funciones que ligán entre sí cada una de las variables, con respecto a todas las demás, se podría establecer el orden de decisiones que se han de tomar para calcularlas u obtenerlas.

Se ha visto que la obtención de las relaciones exactas entre variables resulta a veces compleja; sin embargo, lo usual es trabajar con aproximaciones a éstas; se pueden admitir simplificaciones mayores para tener comparaciones de primer orden, dejando para más adelante los cálculos más precisos. Para la obtención de estas relaciones se desacoplan las variables cuyo efecto se puede considerar como poco significativo, filtrándolas de la relación.

Se ha demostrado que se pueden obtener relaciones simples, como por ejemplo de tipo lineal, considerar sólo el primer término de una serie convergente de potencias, obtener una curva de distribución, o línea de mínima desviación, de entre una nube de resultados cuya ecuación define la función, etc., métodos que se han aplicado en el desarrollo de los casos presentados y, por ejemplo, en la linealización de la relación existente entre las variables momento solicitante y armadura de una pieza en flexión.

Se ha visto que en algunos campos es normal trabajar con bandas de valores, en lugar de valores precisos; en el fondo, se trata de admitir errores acotados según el nivel de decisión en que se encuentre el proceso; lo ilógico es no admitir pequeños errores en la determinación del valor de una variable cuando anteriormente se han aceptado desviaciones mayores para esa misma variable y el resultado final cubre una banda amplia de posibilidades, precisamente por el carácter redundante de los parámetros del problema; así por ejemplo, se ha demostrado que los errores de la linealización de la relación entre  $M$  y  $U$  son inferiores a los resultados posibles, cuyos saltos discretos cubren el error cometido.

Se ha analizado también el carácter cualitativo de los procesos de determinación de los valores de las variables, basándose en los rasgos que posean y en relación con la característica que los define como estables o caóticos. La diferencia entre ellos es el hecho de que, entre los estables, el detalle no es fundamental y pequeñas alteraciones no modifican el resultado; los procedimientos caóticos, en cambio, se caracterizan porque una leve modificación de un valor de entrada resulta amplificado en el resultado, por tanto el detalle interesa el resultado. En el procedimiento de diseño se ha llegado a poder utilizar relaciones simplificadas con un margen acotado de valores o, lo que es lo mismo, un grado de desviación permitido, esto ha conducido a afirmar que en ese marco no se pueden utilizar más que procedimientos estables. Por la misma razón, se ha demostrado que es fundamental evitar un orden equivocado en la utilización, ya que, como antes, no se puede definir una variable de mucha potencia a partir de

otra de potencia menor, pues el procedimiento resulta caótico; la segunda variable es poco estable así decidida, la decisión puede alterar el valor de la primera y consecuentemente el de la segunda, entrando en un ciclo cerrado.

Se ha establecido también que los procedimientos caóticos son demasiado sensibles a pequeñas variaciones de detalle y, puesto que hay que contar con que siempre existirán variaciones en la estructura real, tales procedimientos requieren que la estructura contemple esa posibilidad. Se ha demostrado que esto sucede con modelos comúnmente utilizados, como el de cálculo de pandeo en las proximidades de la carga crítica, el de cálculo de solicitaciones en estructuras de cables con poco peralte y el de cálculo de deformaciones por el método de Williot. También se han desarrollado abundantes ejemplos de relaciones estables, puesto que son las que interesan para ordenar el procedimiento de determinación; el desarrollo más elaborado ha sido el de la relación entre las formas de distribución de la armadura de una viga y la carga última resistida, realizado mediante análisis no lineal, y con el que se ha demostrado el amplio margen de posibilidades de formas de armado válidas para obtener la resistencia requerida.

Asimismo se ha visto como la estabilidad del planteamiento también interesa cuando se afrontan ciclos de decisiones que pueden tener un resultado convergente o divergente; la convergencia se asegura con el procedimiento adecuado, que es el que restringe cada vez más el número de parámetros que intervienen de forma efectiva, así como la oscilación de sus valores; la estabilidad o inestabilidad puede resultar alterada por el valor de sólo alguno de los parámetros; así, para la flexión, el valor de la esbeltez es el que gobierna el problema, permitiendo o no, que el giro necesario de las secciones sea posible; el hecho de modificar otros parámetros sólo altera levemente el resultado; es, sin embargo, la forma de distribución del armado la que permite, o no, un resultado autocongruente, o al menos alcanzable con un giro inferior al admisible.

Se ha establecido que de acuerdo al planteamiento desarrollado, las herramientas de análisis estructural son útiles en el diseño si se respetan los objetivos básicos siguientes.

Anterior al diseño: para conocer, mediante el uso intensivo del análisis, la relación entre algunas de las variables que intervienen y obtener funciones aproximadas que permitan formalizar criterios de diseño.

Posterior al diseño: para comprobar el resultado del cálculo y conocer el grado de seguridad de la estructura.

El desarrollo de los ejemplos presentados parte de estudios de investigación realizados por los autores reseñados en el texto. Se han desarrollado estos ejemplos desde el punto de vista del procedimiento de análisis presentado en esta tesis, completándolo en algunos casos, y se ha reordenando el planteamiento dentro de un esquema más general.

En el capítulo 2 —Parámetros Globales— se han analizado algunas de las relaciones pertinentes en el inicio del proceso, posiblemente las más difíciles de parametrizar. Se ha demostrado que el tamaño del problema estructural y la proporción de la solución son los parámetros de mayor potencia, ante los cuales las demás variables resultan tener menor importancia en el orden decisorio.

Se ha visto que si se considera el tamaño como dato, para un problema de traslado transversal de carga, la solución de la estructura está determinada prácticamente sólo por su esbeltez; si el problema es de traslado longitudinal, el parámetro relevante es el radio de giro —por tanto nuevamente su esbeltez, ahora esbeltez mecánica—, y, si se puede alterar la carga por elemento, que la estructura depende directamente del factor  $L/\sqrt{Q}$ .

También se ha considerado el resto de parámetros generales o globales de importancia en el orden decisorio a considerar. Así, se ha analizado la influencia que tiene el tipo de uso del edificio sobre el resto de los elementos, aquel determina los valores límite de la modulación en planta de la estructura, pero, de entre estos límites, permite diferentes soluciones, por lo que no resulta suficientemente determinista; sin

embargo, sí permite conocer el valor de las acciones sobre la estructura de forma bastante precisa.

En términos del edificio en su globalidad se ha determinado que el análisis del parámetro altura total del pórtico, revela una influencia directa sobre las solicitaciones en barras, derivada de la modificación de los valores de acción vertical y horizontal que conlleva la variación de altura; y que las solicitaciones correspondientes a la acción vertical tienen un crecimiento prácticamente lineal con el incremento de altura —derivada constante—. Asimismo que la acción horizontal establece unos límites de validez debidos a la necesidad de estabilidad global —también los establece la acción vertical, pero se cumplen sin dificultad—, que limitan la esbeltez máxima del elemento estabilizador; por otra parte, se ha demostrado que las solicitaciones varían linealmente con la altura, si bien hay que considerar otro factor adicional, ya que los valores de cortante en pilares y los de momento en pilares y vigas también dependen del número de vanos, y los cortantes en vigas y las sobrecompresiones de pilares dependen del ancho total; que el resto de factores tienen escasa influencia en las solicitaciones, pero, sin embargo, que sí lo tienen en la deformación; que la imposición de un límite a la deformación supone una característica cualitativa en el resultado: o bien la deformación es inferior a la límite y la estructura sirve, no importa cuán lejos se encuentre, o es superior y hay que modificarla. Se ha visto también que si la deformación es tan importante que es preciso el análisis con la estructura deformada —segundo orden—, los procedimientos habituales hacen crisis y no existen, en el instante actual, criterios desarrollados fiables que permitan aproximar el resultado directamente; resulta más conveniente que la estructura no sea excesivamente traslacional y ampararse en las simplificaciones que brindan los códigos; se ha desarrollado lo establecido en el Eurocódigo de hormigón —EC2, parte 1— al respecto, y se ha demostrado que para entrar en la zona de deformación limitada basta satisfacer ciertos valores de esbeltez de vigas, en función de la geometría y proporciones

del pórtico, así como la relativa poca influencia que tiene el alterar la rigidez de los pilares.

Por lo que respecta a la acción sísmica, que es más compleja, pues no depende sólo, ni principalmente, de la altura, se ha llegado a intuir que las decisiones que hay que considerar en primer lugar se refieren a conceptos relacionados con el diseño regular, el hiperestatismo, la ductilidad y la ejecución esmerada, conceptos difícilmente parametrizables, por lo que sólo se ha presentado el problema; pero se ha visto que sólo en segundo lugar tienen interés el análisis y la valoración numéricos.

Se ha demostrado que la esbeltez de las piezas aparece reiteradamente como factor clave en el diseño; reordenando el procedimiento de diseño se demuestra cómo se puede obtener la esbeltez óptima y máxima para cada valor de luz y, a partir de ella, el resto de variables.

El aspecto anterior se aborda más exhaustivamente en el capítulo 3 —Soluciones al Diseño mediante Cálculo—, en el que se ha determinado la estructura óptima para problemas de flexión, dentro de una configuración de pórtico. Se han obtenido criterios a partir del uso del análisis no lineal, lo que permite una mayor aproximación al comportamiento real; para ello se ha alterado la colocación de las armaduras con distintos casos de vigas, luces y número de vanos, y se han obtenido los giros de las secciones en función de las consideraciones establecidas en el Eurocódigo. Mediante el análisis de los distintos casos se ha determinado la variable preponderante que nuevamente es la esbeltez. El conocimiento obtenido de la aplicación intensiva del análisis, ha permitido la determinación directa de la pieza resistente a partir de la luz a cubrir; obteniendo para ello las proporciones válidas de armado que permiten resolver cada carga, para esbelteces, luces y condiciones de borde determinadas.

También se ha obtenido la proporción de la sección óptima para cada valor de sollicitación de momento mediante la alteración independiente de las dimensiones, obteniendo criterios de optimización de la sección. Asimismo se ha

linealizado la relación momento-armadura, con un error acotado, lo que permite la obtención directa del armado, independientemente del ancho de la sección. En definitiva se ha demostrado que, tomada la decisión de armado dentro del margen válido, la dimensión de la sección depende únicamente del armado decidido y del criterio formal utilizado —viga de descuelgue o viga plana—.

El último desarrollo tratado es el del problema del pandeo, donde se presenta de forma clara el límite entre la determinación estable y la caótica del modelo; reordenando el planteamiento, se ha podido decidir directamente la sección a partir de los valores de  $Q$  y  $L$  —carga y luz de pandeo— requeridos. La decisión inicial, pues, debe ser el tipo de perfil, debido a que las variaciones dentro de cada gama sólo se deben considerar en segundo lugar.

Como se ha visto, en cada caso concreto pueden aparecer relaciones nuevas que modifiquen en alguna medida los esquemas generales planteados; sin embargo, los criterios de diseño utilizados siguen siendo válidos para la adopción de decisiones, y permiten modificaciones en su planteamiento. El ahondamiento en este campo puede permitir una base para que sistemas expertos resuelvan el diseño estructural utilizando dichos criterios, que incrementarían su operatividad con la acumulación de conocimientos.



---

## Referencias Bibliográficas.

<sup>I</sup> Aroca Hernández-Ros, Ricardo. "Curso de Diseño de Estructuras". *E.T.S. Arquitectura*. Madrid: 1984.

<sup>II</sup> Griffith, A.A. *The phenomena of rupture and flow in solids*. Phil.: Trans. Roy. Soc., 1921.

<sup>III</sup> S.A. Wainwright, W.D. Biggs, J.D. Currey, J.M. Gosline, *Mechanical Design in Organisms*. Duke Univ. USA; Reading, UK.; York, UK.; British Columbia, Canada: Edward Arnold Publishers Lim., 1976.

<sup>IV</sup> De Miguel Rodríguez, José Luis. *Pandeo*. Valladolid: E.T.S. Arquitectura, 1988.

<sup>V</sup> Argüelles Álvarez, Ramón. *Cálculo de Estructuras. Programación*. Madrid: Fund. Conde del Valle de Salazar. E.T.S. Ingenieros de Montes, 1986.

<sup>VI</sup> Marí, Antonio R.. *Modelos unidimensionales para el análisis no lineal en el tiempo de estructuras de hormigón armado y pretensado*. Barcelona: Grupo Español del Hormigón, Comisión II, Análisis Estructural, 1989.

<sup>VII</sup> J.P. Crutchfield, J.D. Farmer, N.H. Packard y R.S. Shaw. "Caos". *Investigación y Ciencia*, Vol. 125, 1987, pp. 16-29.

<sup>VIII</sup> Ottino, Julio M. "Mezcla de fluidos". *Investigación y Ciencia*, Vol.150, 1989, pp. 44-55.

<sup>IX</sup> Lauer, Kenneth R.. *Structural Engineering for Architects*. New York: Mac-Graw-Hill, 1981.

<sup>X</sup> Jurado Jiménez, Francisco. *Métodos gráficos de cálculo*. Madrid: Seminario de Diseño de Estructuras, 1982.

<sup>XI</sup> Findler, Nicholas V.. "Póker computerizado". *Investigación y Ciencia*, Vol. 24, 1978, pp. 92-101.

<sup>XII</sup> Ganascia, Jean-Gabriel. "La concepción de los sistemas expertos". *Mundo Científico*, Vol.5, 1985, pp. 1210-1217.

<sup>XIII</sup> Pitrat, Jacques. "El nacimiento de la inteligencia artificial". *Mundo Científico*, Vol.5, 1985, pp. 1196-1209.

- 
- <sup>XIV</sup> Faller, Benoît. "El ordenador y los juegos del intelecto". *Mundo Científico*, Vol.5, 1985, pp. 1226-1234.
- <sup>XV</sup> Vandeginste, Pierre. "Las aplicaciones de los sistemas expertos". *Mundo Científico*, Vol.7, 1987, pp. 50-65.
- <sup>XVI</sup> Cordier, Marie-Odile. "Los sistemas expertos". *Mundo Científico*, Vol.4, 1984, pp. 236-247.
- <sup>XVII</sup> Tohrú Moto-oka. "Los ordenadores de quinta generación". *Mundo Científico*, Vol.4, 1984, pp. 648-657.
- <sup>XVIII</sup> Sansonnet, Jean-Paul. "La arquitectura de los nuevos ordenadores". *Mundo Científico*, Vol.9, 1989, pp. 10-19.
- <sup>XIX</sup> De Miguel Rodríguez, José Luis. "Análisis no lineal de estructuras porticadas para edificación". *Grupo Español del Hormigón -G.E.H.O.- Comisión 2: Análisis estructural*. Madrid: junio, 1986.
- <sup>XX</sup> De Miguel Rodríguez, José Luis. "Aproximaciones polinómicas al método parábola-rectángulo". *Informes de la construcción*. Vol. 39, nº 394, 1988, pp. 49-55.
- <sup>XXI</sup> De Miguel Rodríguez, José Luis. *El Trabajo Estructural*. Madrid: Tesis Doctoral, 1974.
- <sup>XXII</sup> Maxwell, James Clerk. *Scientific Papers*. Cambridge Univ. Press. London Vol.2, 1890.
- <sup>XXIII</sup> Carlos Olmedo Rojas. Mariano Vázquez Espí. "Enseñanza de la teoría de las estructuras con imágenes electrónicas". *II Congreso de Expresión Gráfica Arquitectónica*. Madrid, San Lorenzo de El Escorial: 1988.
- <sup>XXIV</sup> Jaenicke Cendoya, Ignacio. *Estructura y modulación*. Madrid: Tesis Doctoral, 1985.
- <sup>XXV</sup> Huerta Fernández, Santiago. "Masonry domes: A study on proportion and similarity". *10 Years of progress in shell and spatial structures*. Madrid: 1989, Vol. 1 pp. 1-20.
- <sup>XXVI</sup> Galileo Galilei. *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno á due nuove scienze*. Leiden: 1688.

- 
- XXVII Cox, H.L. *The Design of structures of least weight*. Oxford: Pergamon Press, 1965.
- XXVIII Sauter, Franz. *Fundamentos de ingeniería sísmica. Introducción a la sismología*. Costa Rica: Editorial Tecnológica, 1989.
- XXIX Nishenko, S.P. and Buland, R. "A generic recurrence interval distribution for earthquake forecasting". *Bulletin Seismological Society of America*, Vol.77, n°4, august 1987.
- XXX Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. *Norma sismorresistente. PDS-1*. 1974.
- XXXI Sauter, Franz. "Concepto de sismorresistencia en Ingeniería Estructural. Efecto de la tipología". *Diseño semirresistente de estructuras de hormigón armado*. Madrid: 1989, tomo II.
- XXXII Bertero, Vitelmo V. "Filosofía de las Normas Sísmicas. Revisión de los principios básicos en función de la experiencia adquirida". *Diseño semirresistente de estructuras de hormigón armado*. Madrid: 1989, tomo II.
- XXXIII De Miguel Rodríguez, José Luis. *EH-88 Otra nueva Norma. -Presentación de la EH-88 y EF-88-*. Madrid: Consejo Superior de Colegios de Arquitectos, 1989.
- XXXIV De Miguel Rodríguez, José Luis. *Análisis*. Valladolid: E.T.S. Arquitectura. 1988.
- XXXV De Miguel Rodríguez, José Luis. *Forjados Planos*. Madrid: E.T.S Arquitectura. 1988.
- XXXVI De Miguel Rodríguez, José Luis. *Comentarios al EC-2: Análisis*. Valladolid: E.T.S. Arquitectura. 1989.
- XXXVII Mattock, A.. "Redistribution of design bending moments in reinforced concrete continuos beams". *The Institution of Civil Engineers*, Vol. 13, 1958.
- XXXVIII De Miguel Rodríguez, José Luis. *Vigas Continuas*. Valladolid: E.T.S. Arquitectura. 1988.